

# MANUEL D'UTILISATEUR

## CYMA2DV : Transfert radiatif hors ETL dans les structures cylindriques éclairées de l'extérieur (transfert 2D avec champs de vitesse 3D)

Martine Chane-Yook

`martine.chane-yook@universite-paris-saclay.fr`

Avec la collaboration de :

Jean-Claude Vial  
Pierre Gouttebroze  
Jacques Dubau

Accès Web :

<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Descriptif du programme</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Algorithme</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Modélisation</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Transitions Bound-Free (lié-libre) et Bound-Bound (lié-lié)</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Modèle atomique de l'hydrogène, Johnson [19]</b>	<b>9</b>
<b>7</b>	<b>Equations de populations et de transfert radiatif</b>	<b>10</b>
<b>8</b>	<b>Méthode utilisée pour traiter le transfert radiatif</b>	<b>12</b>
<b>9</b>	<b>Explications des sousroutines</b>	<b>13</b>
9.1	Liste de variables utilisées dans la sousroutine HYCY2D . . . . .	14
9.2	Partie H (modèle de Johnson, [19] ) . . . . .	14
<b>10</b>	<b>Résultats pour l'hydrogène</b>	<b>19</b>
<b>11</b>	<b>Exécution de CYMA2DV</b>	<b>27</b>
<b>12</b>	<b>Temps de calcul</b>	<b>27</b>
<b>13</b>	<b>Remerciements</b>	<b>27</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>28</b>

# 1 Introduction

CYMA2DV est un code écrit en Fortran 77 par P. Gouttebroze ([12], [11]) décrivant le transfert radiatif hors ETL (2D) pour l'atome d'hydrogène dans un objet cylindrique se trouvant dans la couronne solaire, avec rayonnement incident, incluant des champs de vitesses (3D) du gaz, avec redistribution complète des fréquences. Le problème consiste à résoudre simultanément les équations de transfert radiatif hors ETL, l'équilibre statistique des populations des niveaux de l'hydrogène et la neutralité électrique. Un système de coordonnées cylindriques est utilisé en parallèle avec des coordonnées cartésiennes pour résoudre ce problème.

Ce code est plus général que celui des protubérances massives, puisqu'il traite le transfert radiatif multi-dimensionnel dans des boucles chromosphériques et coronales.

Ces raies de l'hydrogène (intensité, profil) servent au diagnostic des protubérances pour comparaison avec les observations.

On considère deux types de modèles d'atmosphère :

- modèle à propriétés constantes défini par DIAM, TMOD, PGMOD, ALDEG, HAL (diamètre du cylindre (km), température (°K), pression gazeuse ( $\text{dyn.cm}^{-2}$ ), angle d'inclinaison du cylindre (en degrés), altitude du cylindre (km))
- modèle à propriétés variables défini par PGMOD, ALDEG, HAL, R0KM, R1KM, T0, T1 (pression gazeuse( $\text{dyn.cm}^{-2}$ ), angle d'inclinaison du cylindre (en degrés), altitude du cylindre (km), rayon interne (km), rayon externe (km), température (°K) à l'intérieur du rayon interne, température (°K) entre R0KM et R1KM).

Le code dans sa version originale, adaptée pour le compilateur **gfortran** est accessible depuis le site MEDOC :

<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

Dans la suite, je détaillerai ce programme CYMA2DV (hydrogène) : compréhension détaillée des codes, équations implémentées, algorithmes, méthodes numériques utilisées, etc.

## 2 Descriptif du programme

*Nature du problème physique* : Transfert radiatif (2D) hors ETL dans une structure cylindrique avec rayonnement incident et champ de vitesses (3D) (raies *HI*, *II*)

*Méthode de résolution* : Méthode  $\Lambda$ -itération + préconditionnement (MALI)

*Autre information* : \* Deux types de modèles :

- modèle à propriétés constantes défini par DIAM, TMOD, PGMOD, ALDEG, HAL (diamètre du cylindre, température, pression gazeuse, angle d'inclinaison du cylindre, altitude du cylindre par rapport à la surface du soleil)
- modèle à propriétés variables défini par PGMOD, ALDEG, HAL, R0KM, R1KM, T0,

T1 (pression gazeuse, angle d'inclinaison du cylindre, altitude du cylindre par rapport à la surface du soleil, rayon interne, rayon externe, température à l'intérieur du rayon interne, température entre R0KM et R1KM)

\* On utilise la redistribution complète des fréquences (CRD) pour les raies et continus de l'hydrogène

*Auteur* : P. Gouttebroze

*Programmes disponibles à partir de* :

<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

*Machines sur lesquelles le programme a été testé* : PC avec 4 processeurs Intel de 2.67GHz chacun

*Operating System pour lequel le programme a été testé* : Linux

*Langage de programmation* : Adapté en Fortran 90 pour le compilateur **gfortran**

*Etat* : Stable

*Accessibilité* : Groupe solaire et extérieur (MEDOC)

*Nombre de lignes* : cyma2dv.f90 (~ 3000 lignes), visu.f90 (~ 2000 lignes)

*Temps de calcul* : 1h18 pour un modèle à propriétés variables

*Références* :

- P. Gouttebroze, "Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. V : 2D transfer with 3D velocity fields", A&A 487, 805-813, 2008
- P. Gouttebroze, "Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. III : Hydrogen spectrum", A&A, 448, 367-374, 2006

### 3 Algorithmme

La figure 1 représente l'algorithme du programme CYMA2DV.

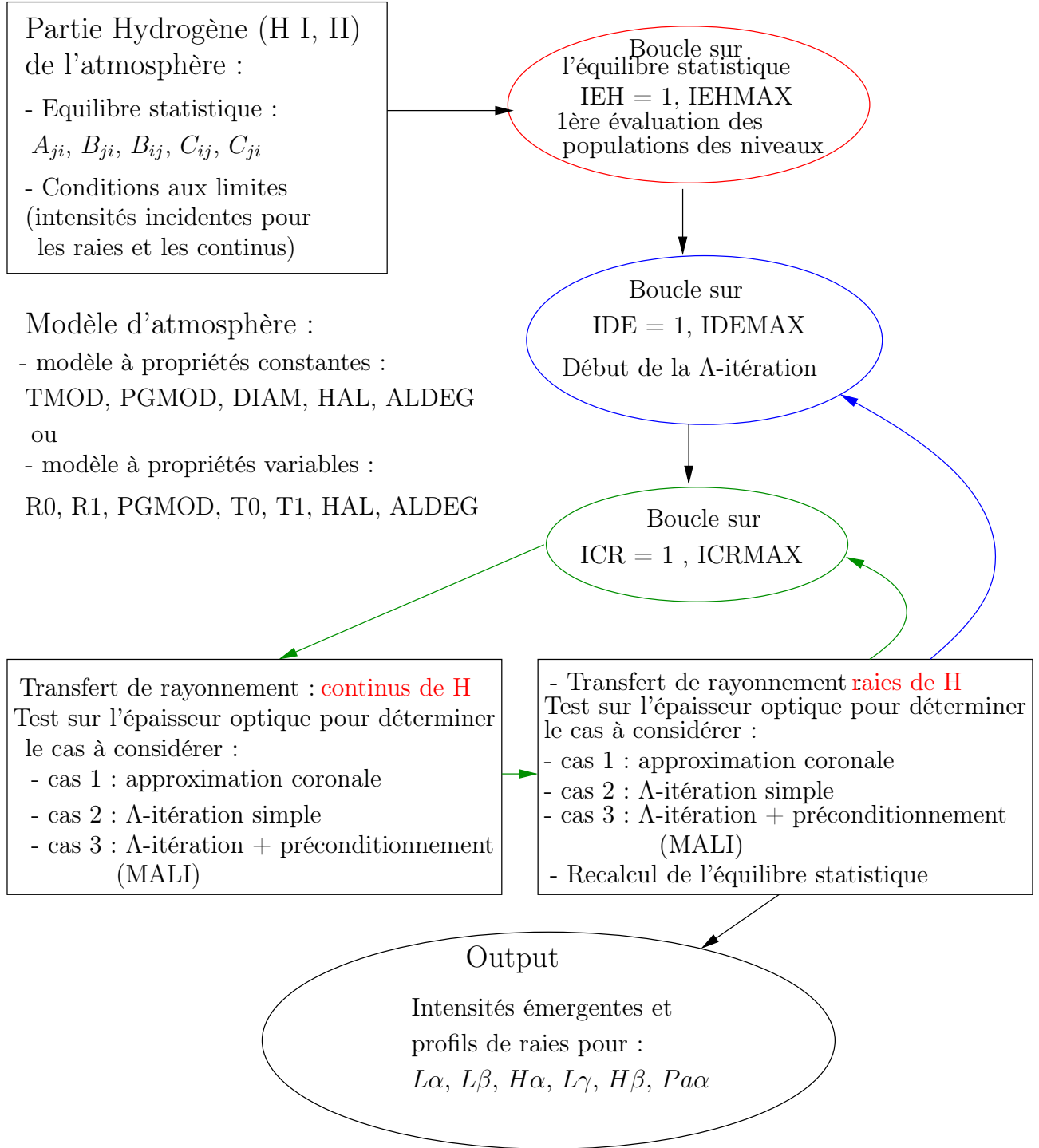


FIGURE 1 – Algorithme de CYMA2DV

## 4 Modélisation

Pour résoudre le problème, il est plus judicieux d'utiliser les coordonnées cylindriques et cartésiennes en même temps.

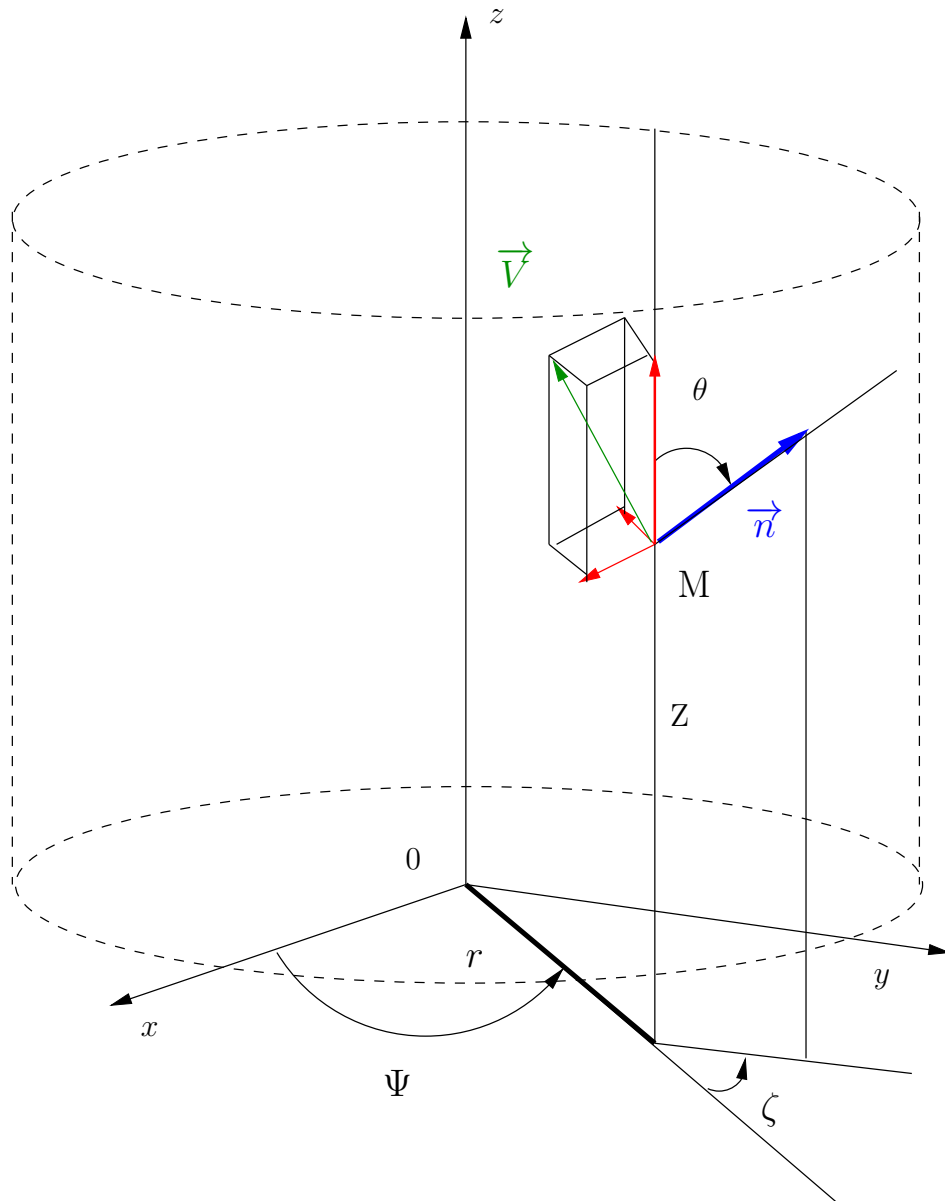


FIGURE 2 – Système de coordonnées pour un cylindre

La figure 2 représente le système de coordonnées adopté pour le cylindre d'axe  $z$ . On maille ce cylindre par six couches cylindriques pour la partie centrale (de rayon interne

R0KM) et six couches cylindriques dans la région de transition (rayon externe R1KM). Ces couches sont divisées en  $NR$  sous-couches pour résoudre le transfert radiatif.

Le point M (point courant) est défini par 3 coordonnées cylindriques  $(r, \Psi, z)$  ou par 3 coordonnées cartésiennes  $(x = r \cos \Psi, y = r \sin \Psi, z)$ .

La direction du rayonnement au point M est définie par le vecteur  $\mathbf{n}$  correspondant aux angles  $(\zeta, \theta)$ ,  $\zeta \in [-\pi, \pi]$  et  $\theta \in [0, \pi]$ .  $\zeta$  est dans le plan  $(x, o, y)$  et  $\theta$  (angle de sortie) est l'angle que fait  $\mathbf{n}$  avec l'axe  $z$ .

La vitesse du gaz est définie par le vecteur  $\mathbf{V}$ , fonction de  $(r, \Psi)$ . Sa 3ème composante  $V_z$  est commune aux coordonnées cartésiennes et cylindriques. Ses 2 premières composantes s'écrivent :

$$\begin{aligned} V_x &= V_r \cos \Psi - V_\Psi \sin \Psi \\ V_y &= V_r \sin \Psi + V_\Psi \cos \Psi \end{aligned} \tag{4.1}$$

La figure 3 schématise l'angle d'inclinaison  $\alpha$  (en degrés) du cylindre, angle que fait l'axe du cylindre et la verticale par rapport à la surface du soleil. Dans ce cas de figure,  $\alpha = 90^\circ$ . La figure 4 illustre aussi cet angle. Le cylindre est considéré comme infini dans le sens de la longueur. Tous les calculs se font dans le référentiel du cylindre.

Le but de CYMA2DV est de traiter le transfert de rayonnement à l'intérieur d'un cylindre infini, en 2-dimensions. Les codes 2D en général ([12], [15]) servent à modéliser les boucles ([11]) et non pour traiter les protubérances massives. La figure 4 est un exemple de boucle semi-torique. Plus précisément, différents modèles (cylindres) peuvent être assemblés pour constituer un modèle de boucles ([11]).

Nous verrons dans le paragraphe 10 (résultats pour l'hydrogène) que le modèle de cylindre que l'on considère correspond sur la figure 4 au cylindre qui se trouve au pied de la boucle semi-torique (cylindre vertical,  $ALDEG = 0^\circ$ , altitude  $HAL = 0$  km, fichier input "para-mod.dat").

La figure 5 représente la trajectoire d'un photon à travers le cylindre, projetée sur le plan transverse. Pour cet exemple, il y a 6 points sur la grille en  $r$  ( $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, \dots$ ).

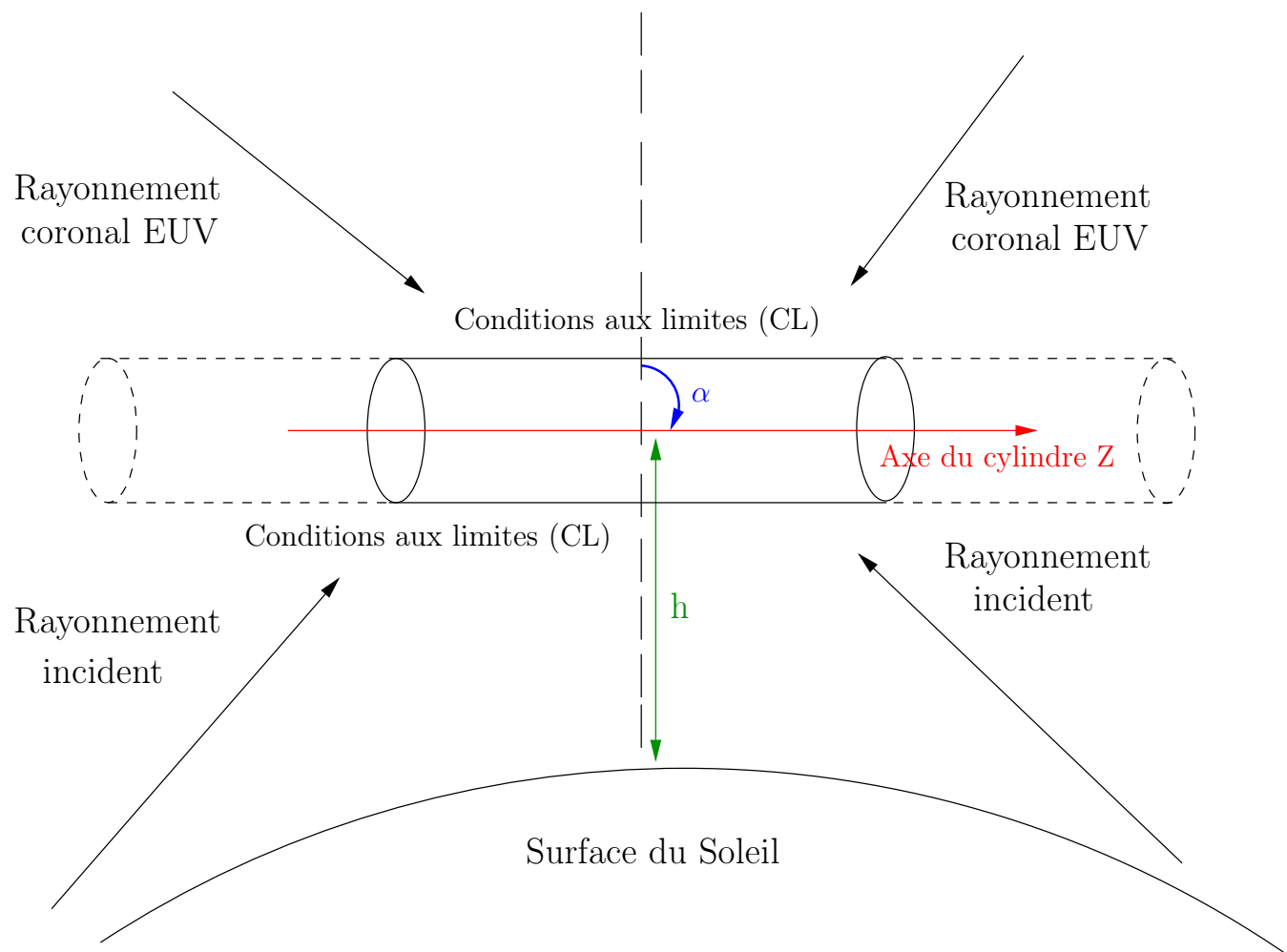


FIGURE 3 – Modélisation d'un cylindre infini



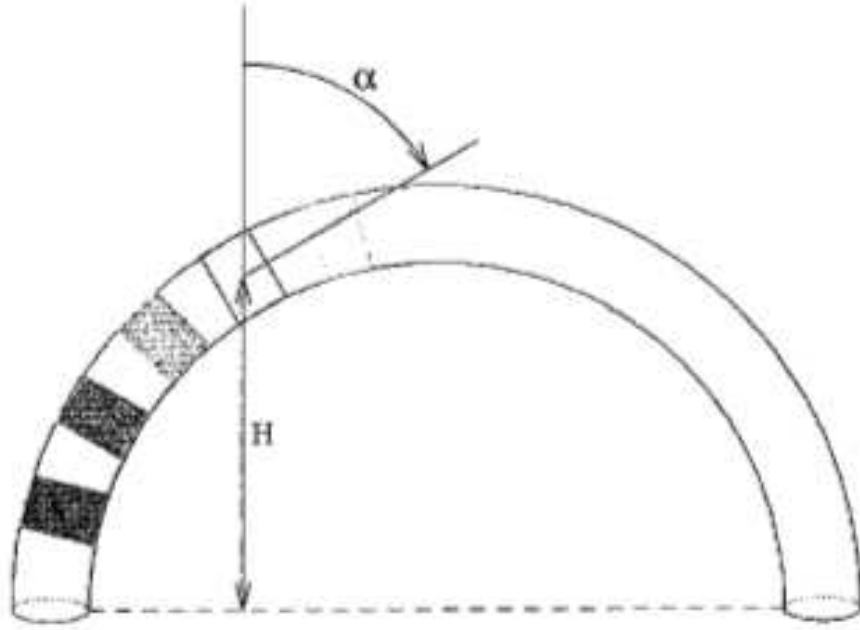


FIGURE 4 – Boucle semi-torique

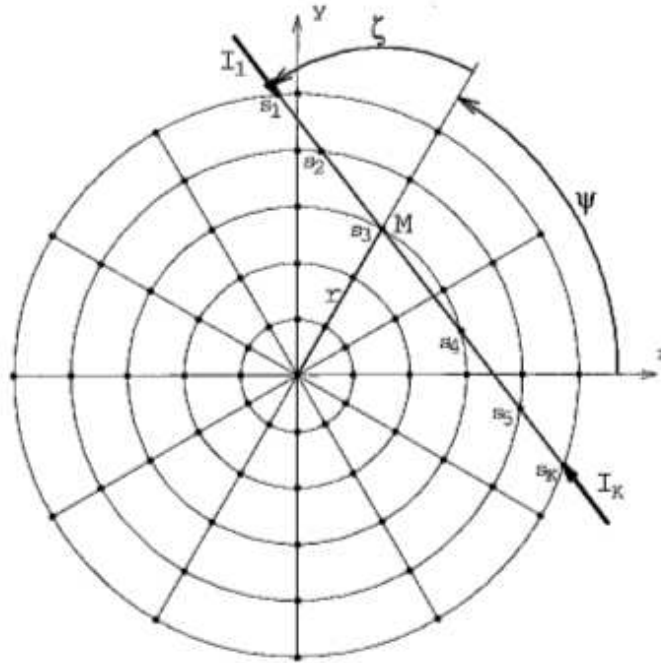


FIGURE 5 – Trajectoire d'un photon à travers le cylindre

## 5 Transitions Bound-Free (lié-libre) et Bound-Bound (lié-lié)

Les transitions prises en compte dans CYMA2DV sont les transitions Bound-Free et Bound-Bound, qui sont représentées sur la figure 6. Les Bound-Free sont les transitions qui vont d'un état (lié)  $i$  vers le continu et qui produisent un électron libre d'énergie  $\epsilon$ . Cela commence à la limite infinie des états excités ( $\epsilon = 0$ ). Les Bound-Bound sont les transitions qui vont d'un niveau  $i$  vers un niveau  $j$ .

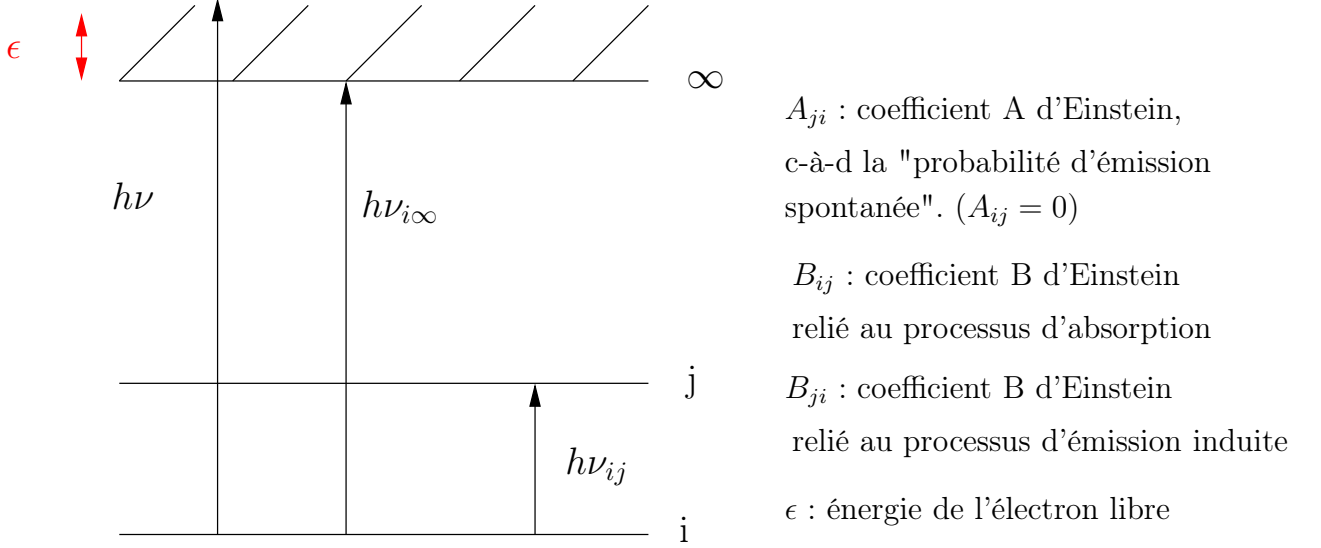


FIGURE 6 – Types de transitions considérées dans CYMA2DV

## 6 Modèle atomique de l'hydrogène, Johnson [19]

Les transitions pour l'hydrogène sont résumées dans la Table 1.  $NN$  est le nombre de niveaux d'énergie (y compris le continu),  $NTT = NN \times (NN - 1)/2$  le nombre total de transitions,  $NTRC = NN - 1$  le nombre de transitions lié-libre et  $NTRD = (NN - 1) \times (NN - 2)/2$  le nombre de raies. Dans CYMA2DV,  $NN = 6$  (5 niveaux et 1 continu).

Transition	Niveau inférieur	Niveau supérieur	Nom des transitions	Longueur d'onde $\lambda(\text{\AA})$
1	1	2	$Ly - \alpha$	1215
2	1	3	$Ly - \beta$	1025
3	2	3	$H - \alpha$	6564
4	1	4	$Ly - \gamma$	972
5	2	4	$H - \beta$	4862
6	3	4	$Pa - \alpha$	18756
7	1	5	$Ly - \delta$	949
8	2	5	$H - \gamma$	4341
9	3	5	$Pa - \beta$	12821
10	4	5	$Br - \alpha$	6563
11	1	6	$Ly - \epsilon$	973
12	2	6	$H - \delta$	4102
13	3	6	$Pa - \gamma$	10935
14	4	6	$Br - \beta$	4861
15	5	6	$Pf - \alpha$	7460
16	1	7	$Ly - 6$	931
17	2	7	$H - \epsilon$	3971
...	...	...	...	...
$NTAR + 1$	1	$NN$	Lyman Continu	911
$NTAR + 2$	2	$NN$	Balmer continu	3645
...	...	...	...	...
$NTT =$	$NN - 1$	$NN$		

TABLE 1 – Principales transitions pour l'hydrogène

## 7 Equations de populations et de transfert radiatif

Considérons le niveau  $j$  de la figure 6. On introduit les équations de populations pour ce niveau qui donnent l'équilibre entre les processus de peuplement et de dépeuplement du niveau  $j$  à partir des autres niveaux  $i$  :

$$N_j \sum_{j \neq i}^n P_{ji} = \sum_{j \neq i}^n N_i P_{ij} \quad (7.1)$$

Le taux de transition du niveau  $j$  (dépeuplement de  $j$ ) s'écrit :

$$P_{ji} = A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ij} + C_{ji} = R_{ji} + C_{ji} \quad (7.2)$$

où  $C_{ji}$  est le taux de désexcitation par collisions et est proportionnel à la densité électronique).  $R_{ji}$  est la probabilité de désexcitation par rayonnement.  $A_{ji}$  et  $B_{ji}$  sont les coefficients d'Einstein (voir figure 6).

Le taux de transition du niveau  $i$  (peuplement de  $j$ ) s'écrit :

$$P_{ij} = B_{ij} \bar{J}_{ij} + C_{ij} = R_{ij} + C_{ij},$$

$R_{ij}$  étant la probabilité d'excitation par rayonnement et  $C_{ij}$  le taux d'excitation par collisions. Ici,  $A_{ij} = 0$ .

Le terme de gauche dans les équations de populations (7.1) représente tous les processus qui vont dépeupler le niveau  $j$  et le terme de droite correspond à tous les niveaux qui vont peupler le niveau  $j$ . Pour fermer le système d'équations de population, il suffit d'utiliser l'équation de conservation de l'élément (c'est-à-dire l'atome considéré : hydrogène) :

$$\sum_{j=1}^n N_j = N_T \quad (7.3)$$

où  $N_T$  est la population totale de l'élément.

Ces équations de populations (7.1) qui contiennent les intensités moyennes par l'intermédiaire de  $\bar{J}_{ij}$  sont couplées avec l'équation de transfert radiatif (7.4).

L'intensité spécifique  $I$  dans la transition considérée s'obtient en résolvant l'équation de transfert :

$$\frac{dI(\Delta\nu, \mathbf{n})}{ds} = k_{ij}(\Delta\nu, \mathbf{n})[S_{ij} - I(\Delta\nu, \mathbf{n})] \quad (7.4)$$

$s$  est l'abscisse le long du rayonnement,  $\mathbf{n}$  est la direction du rayonnement,  $\Delta\nu$  est la différence de fréquence avec la fréquence centrale de la raie  $\nu_{ji}$ ,  $S_{ij}$  est la fonction source (indépendant de la fréquence et de la direction, sous l'hypothèse de la redistribution complète) :

$$S_{ij} = \frac{N_j A_{ji}}{N_i B_{ij} - N_j B_{ji}} \quad (7.5)$$

$k_{ij}(\Delta\nu, \mathbf{n})$  est le coefficient d'absorption de la raie :

$$k_{ij}(\Delta\nu, \mathbf{n}) = k_{ij}^M \phi(\Delta\nu, \mathbf{n}), \quad (7.6)$$

avec

$$k_{ij}^M = \frac{h \nu_{ji}}{4\pi} (N_i B_{ij} - N_j B_{ji}) \quad (7.7)$$

$\phi$  est le profil d'absorption normalisé (qui est aussi le profil d'émission sous l'hypothèse de la redistribution complète) :

$$\phi(\Delta\nu, \mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} H \left[ a, \frac{1}{\Delta\nu_D} \left( \Delta\nu - \frac{\nu_{ji}}{c} \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} \right) \right], \quad (7.8)$$

où  $H$  est la fonction de Voigt,  $c$  la vitesse de la lumière,  $\Delta\nu_D$  la largeur Doppler,  $a$  le facteur d'amortissement (élargissement naturel + élargissement collisionnel + ...),  $\mathbf{V}$  est le vecteur

vitesse du gaz.

L'expression de l'intensité moyenne  $\bar{J}_{ij}$  est donnée par :

$$\bar{J}_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\nu) \oint I(\Delta\nu, \mathbf{n}) \phi(\Delta\nu, \mathbf{n}) d\Omega, \quad (7.9)$$

où  $\Omega$  est l'angle solide.

On obtient à la fin un système d'équations matricielles que l'on résout numériquement par la méthode  $\Lambda$ -itération accélérée (MALI, [24], [22]). Pour plus de détails, voir les deux chapitres suivants.

## 8 Méthode utilisée pour traiter le transfert radiatif

On commence par une initialisation : populations des niveaux, champ de rayonnement, densité électronique, paramètres atomiques (coefficients  $A$  et  $B$  d'Einstein, coefficients de taux de collision), lecture du modèle, intensités incidentes pour les raies et les continus, conditions aux limites. Ensuite, on entre dans les processus itératifs :

- La première boucle *IEH*, indépendante des autres boucles, concerne le calcul de l'équilibre statistique sous l'hypothèse d'un milieu optiquement mince pour toutes les transitions (c-à-d qu'il n'y a pas de transfert radiatif).
- La seconde boucle *IDE* (début de la  $\Lambda$ -itération), incluant une boucle interne (*ICR*), concerne le transfert radiatif pour les transitions continues et les transitions discrètes. Elle se termine par un test de convergence. Puis on recalcule les nouveaux paramètres radiatifs ( $P_{ji}$ ).

L'équilibre statistique (7.1, 7.3) consiste en la résolution d'un système linéaire (par les méthodes d'élimination) dont les termes sont obtenus à partir des coefficients de peuplement et de dépeuplement  $P_{ji}$  (7.2). Les inconnues sont les populations des niveaux.

Le transfert radiatif (7.4) consiste à calculer les intensités dans les raies ou les continus à partir de la connaissance de la fonction source (7.5) et des intensités aux limites. On utilise la méthode  $\Lambda$ -itérative ([27], [24]), méthode de résolution d'un système linéaire aboutissant à une matrice tridiagonale. On considère trois cas : le cas optiquement mince où l'on applique l'approximation coronale, le cas de la  $\Lambda$ -itération simple, et le cas de la  $\Lambda$ -itération avec préconditionnement (MALI, [24], [22]). La  $\Lambda$ -itération simple consiste à introduire un opérateur  $\Lambda$  dans l'expression de la fonction source en omettant d'explicitier les dépendances avec la profondeur optique. Il est bien connu que cette méthode est très lente à converger dès que l'épaisseur optique devient significative. Pour accélérer la  $\Lambda$ -itération simple, on utilise la méthode MALI qui consiste à choisir pour l'opérateur approché  $\Lambda^*$  la diagonale exacte de l'opérateur complet  $\Lambda$ .

A la sortie, on obtient les intensités moyennées (7.9) sur toutes les directions à partir desquelles on peut recalculer de nouvelles fonctions sources (7.5) et de nouveaux taux de transition. Les fonctions sources seront utilisées ultérieurement pour calculer les intensités émer-

gentes et les profils de raies.

Pour les raies et les continus, on utilise la redistribution complète en fréquence qui consiste à supposer qu'il n'y a aucune relation entre la fréquence du photon absorbé et la fréquence du photon réémis.

Dans tout le problème, on néglige l'absorption continue.

Les sousroutines appelées dans CYMA2DV vont être détaillées dans le chapitre suivant.

## 9 Explications des sousroutines

Le programme CYMA2DV commence par la lecture des paramètres d'atmosphère "paramod.dat" suivie de la définition de la géométrie (maillage) de la structure considérée. Ensuite on appelle la sousroutine principale HYCY2D.

Les fichiers en entrée pour CYMA2DV sont :

- intinc.dat : intensités incidentes pour les principales raies de l'hydrogène
- tembri.dat : pour le reste du spectre (températures de brillance) de l'hydrogène
- paramod.dat : modèle à traiter défini par les paramètres suivants :  
DIAM, TMOD, PGMOD, ALDEG, HAL, R0KM, R1KM, T0, T1, TREF (diamètre du cylindre (km), température (°K), pression gazeuse ( $\text{dyn.cm}^{-2}$ ), angle d'inclinaison du cylindre (en degrés), altitude du cylindre par rapport à la surface du soleil (km), rayon interne (km), rayon externe (km), température à l'intérieur du rayon interne (°K), température entre R0KM et R1KM (°K), température de référence (°K)).

Deux types de modèles :

- ★ Si ITVAR=0, modèle à propriétés constantes, défini par ALDEG, HAL, DIAM, TMOD, PGMOD
- ★ Si ITVAR=1, modèle à propriétés variables, défini par ALDEG, HAL, R0KM, R1KM, T0, T1, PGMOD, TREF. Les autres variables inutilisées sont mises à zéro.

Les fichiers en sortie sont :

- resu2dv.dat : fichier incluant les intensités émergentes. Il est utilisé par le programme de visualisation "visu.f90". Output : cosbovi.ps (profils des raies de l'hydrogène)
- popc2dv.dat : populations des niveaux de l'hydrogène
- cc2dhv.log : résumé des itérations
- fort.8 : temps CPU

Dans les paragraphes suivants, je détaillerai la partie hydrogène, les sousroutines appelées ainsi qu'une liste de variables utilisées dans la sousroutine principale HYCY2D.

## 9.1 Liste de variables utilisées dans la subroutine HYCY2D

- ITVAR = 0 : modèle à propriétés constantes, ITVAR = 1 : modèle à propriétés variables
- NPSI : nombre de points pour la variable angulaire  $PSI$  ( $\Psi$ )
- RR (de dimension NR) : rayon des couches successives à partir du centre
- TAU : épaisseur optique (entre deux points)
- NZETA : nombre de coordonnées polaires  $\zeta$
- NTHET : nombre de coordonnées polaires  $\theta$
- NFR : nombre de fréquences dans chaque raie
- NTAB : taille du tableau de températures  $TAB$  (pour le calcul des coefficients de taux de collision OIS)
- NINF : niveau inférieur de la transition considérée
- NSUP : niveau supérieur de la transition considérée
- AJI : coefficient A d'Einstein pour l'émission spontanée
- BJI, BIJ : coefficients B d'Einstein pour l'émission induite et l'absorption
- CIJ, CJI : taux d'excitation/déexcitation par collisions
- CPOL : coefficients polynomiaux de degré 5 intervenant dans le calcul des facteurs de dilution (de dimension NCMX)
- RIJ, RJI : taux de transitions radiatifs
- FRR : fréquence dans la raie
- Paramètres atmosphériques (dimension  $NPSI \times NR$ ) : TE (température), PG (pression gazeuse), VT (vitesse de microturbulence), HNH (densité de l'hydrogène (nombre d'atomes par unité de volume)), HNE (densité des électrons)
- HN : populations des niveaux de l'hydrogène
- FRN : fréquence des niveaux
- XFR et XFRC : modèles de découpage en fréquence pour les raies et les continus
- PHIL : profil d'absorption
- SF : fonction source
- CAFR : coefficient d'absorption
- ITRC et ITRD : indices de contrôle pour les continus et les raies
- OIS : coefficient de taux d'ionisation collisionnelle

## 9.2 Partie H (modèle de Johnson, [19] )

La partie hydrogène (subroutine principale HYCY2D) se décompose d'après le schéma suivant :

- Initialisation des populations des niveaux ( $HN = 0$ ).
- MATIPS : calcul de la matrice d'interpolation en  $\Psi$  (PSI dans la subroutine) : les points ne se trouvent pas forcément sur un noeud de la grille ou à l'intérieur de la grille. D'où une interpolation de ces points
- Définition de la grille XFR de fréquences commune pour les raies
- Définition des grilles pour  $\zeta$  (ZETA) et  $\theta$  (THETA)

- Définition des niveaux inférieurs et supérieurs, indices de contrôle pour l'hydrogène
- Définition des niveaux d'énergie de l'hydrogène
- Découpage en fréquence pour les raies et pour les continus
- Calcul des probabilités d'émission spontanée
- Calcul des constantes d'élargissement
- Calcul des coefficients d'excitation et d'ionisation par collisions *OIS* à l'aide de *TAB*
- Calcul des intensités incidentes pour les raies :
  - ★ SOLINH : préparation des conditions aux limites
  - ★ CIIM2 : calcul des intensités incidentes moyennes
- Calcul des intensités incidentes pour les continus à partir du fichier input "tembri.dat"
  - ★ CIIM2 : calcul des intensités incidentes moyennes
- Calcul des intensités moyennes pour les raies dans le cas optiquement mince (et calcul des coefficients RIJ)
- *do IEH = 1, IEHMAX* : boucle sur l'équilibre statistique
  - ★ mise à jour des populations des niveaux et initialisation de la densité des électrons  $N_e = 1/2 N_H$
  - ★ TXCH2D : calcul des taux de transition par collisions
  - ★ Calcul des taux de transition radiatifs dans les continus
  - ★ EQST2D : calcul des populations des niveaux de l'hydrogène
- *enddo (IEH)*
- Début de la  $\Lambda$ -itération
- Initialisation des trajectoires avec calcul en chaque point des abscisses et des décalages Doppler dus aux champs de vitesse
- DEFCV : définition des champs de vitesse
- *do IDE = 1, IDEMAX* : boucle pour la  $\Lambda$ -itération
  - ★ *do ICR = 1, ICRMAX* : boucle interne
    - Transfert radiatif pour les transitions discrètes :
      - ▷ Calcul de la fonction source et des épaisseurs optiques pour déterminer la méthode à utiliser (cas 1, cas 2 ou cas 3) :
      - ▷ Cas 1 : approximation coronale
      - ▷ Cas 2 :  $\Lambda$ -itération simple
        - . STYC2D : calcul de l'intensité le long d'un rayon traversant le cylindre connaissant les coefficients d'absorption (7.6), les fonctions source (7.5) et les intensités incidentes à chaque extrémité du cylindre
      - ▷ Cas 3 :  $\Lambda$ -itération + préconditionnement (MALI)
        - . STYC2D
        - . DZTC2DV : calcul de la contribution à la diagonale de l'opérateur  $\Lambda$  pour un cylindre, connaissant le coefficient d'absorption le long de la trajectoire
    - Transfert radiatif pour les transitions continues : même procédé que pour les transitions discrètes (STJC2D : équivalent de STYC2D pour les continus)
    - EQST2D : équilibre statistique



- ★ enddo (*ICR*)
- ★ Test de convergence
- Ecriture dans les fichiers de sortie

On va maintenant décrire les sousroutines appelées.

### Calcul des coefficients d'excitation et d'ionisation par collisions OIS, des probabilités d'émission spontanée *AJI*, *BJI*, *BIJ*

Calcul des paramètres atomiques pour l'équilibre statistique pour l'hydrogène : coefficients *A* et *B* d'Einstein pour les photons (*AJI*, *BIJ*, *BJI* qui sont indépendants de la température des électrons), coefficients de taux d'excitation collisionnelle et coefficients de taux d'ionisation collisionnelle (*OIS* dans CYMA2DV) pour les électrons, appelés  $S_e$  et  $S_i$  dans les formules ci-dessous. Ces coefficients sont indépendants de la densité électronique. Le modèle utilisé pour l'hydrogène est le modèle de L.C. Johnson ([19]).

*AJI* est obtenue par la fonction AEMS (dans CYMA2DV) qui est calculée à partir des "facteurs de Gaunt" (Table 1 de [19]).

*BJI* est obtenu à partir de *AJI* et *BIJ* est tel que  $\omega_i B_{ij} = \omega_j B_{ji}$ , où  $\omega_i$  est le poids statistique associé au niveau *i*.

### Calcul des coefficients de taux d'excitation collisionnelle (fonction CECH dans CYMA2DV) :

Soient *n* et *n'* deux niveaux ( $n < n'$ ). Le coefficient taux d'excitation est donné par la formule suivante (Johnson, [19]) implémentée dans CYMA2DV :

$$S_e(n, n') = (8kT/\pi m)^{1/2} \frac{2n^2}{x} \pi a_0^2 y^2 \left( A_{nn'} \left[ \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{2} \right) E_1(y) - \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{2} \right) E_1(z) \right] \right) \\ + (8kT/\pi m)^{1/2} \frac{2n^2}{x} \pi a_0^2 y^2 \left( \left[ B_{nn'} - A_{nn'} \ln \frac{2n^2}{x} \right] \left[ \frac{1}{y} E_2(y) - \frac{1}{z} E_2(z) \right] \right) \quad (9.1)$$

$E_i(z) = \int_1^\infty e^{-zt} t^{-i} dt$  s'appelle dans la littérature l'Intégrale Exponentielle

d'ordre *i* ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ).

*m* est la masse de l'électron,  $a_0 = 0.5292 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$  est le rayon de Bohr.

Dans ce qui suit,  $E_n$  est l'énergie du niveau  $n$  de l'hydrogène et on a :

$$\begin{aligned}
y &= (E_{n'} - E_n)/kT, \\
z &= r_{nn'} + y, \\
x &= 1 - (n/n')^2, \\
B_{nn'} &= \frac{4n^4}{n'^3} x^{-2} (1 + \frac{4}{3}x^{-1} + b_n x^{-2}), \\
b_n &= n^{-1}(4 - 18.63n^{-1} + 36.24n^{-2} - 28.09n^{-3}), \quad n \geq 2, \\
A_{nn'} &= 2n^2 x^{-1} f_{nn'}, \\
f_{nn'} &= \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{n}{\pi n'^3} x^{-3} g(n, x), \\
g(n, x) &= g_0(n) + g_1(n) x^{-1} + g_2(n) x^{-2}, \\
r_{nn'} &= r_n x, \\
r_n &= 1.94n^{-1.57}
\end{aligned}$$

avec  $g_0$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  : facteurs de Gaunt pour les transitions Bound-Free et sont donnés par la Table 2 (Table 1 de [19]) :

	$n = 1$	$n = 2$	$n \geq 3$
$g_0(n)$	1.11330	1.0785	$0.9935 + 0.2328n^{-1} - 0.1296n^{-2}$
$g_1(n)$	-0.4059	-0.2319	$-n^{-1}(0.6282 - 0.5598n^{-1} + 0.5299n^{-2})$
$g_2(n)$	0.07014	0.02947	$n^{-2}(0.3887 - 1.181n^{-1} + 1.470n^{-2})$

TABLE 2 – Facteurs de Gaunt

### Calcul des coefficients de taux d'ionisation collisionnelle (fonction CICH dans CYMA2DV) :

On considère ici le niveau  $n$ . Le coefficient du taux d'ionisation est donné par la formule suivante (Johnson, [19]) implémentée dans CYMA2DV :

$$\begin{aligned}
S_i(n) &= (8kT/\pi m)^{1/2} 2n^2 \pi a_0^2 y_n^2 A_n \left[ \frac{1}{y_n} E_1(y) - \frac{1}{z_n} E_1(z_n) \right] \\
&+ (8kT/\pi m)^{1/2} 2n^2 \pi a_0^2 y_n^2 (B_n - A_n \ln 2n^2) [\zeta(y_n) - \zeta(z_n)],
\end{aligned} \tag{9.2}$$

où  $m$  est la masse de l'électron et

$$\begin{aligned}
y_n &= I_n/kT, \\
z_n &= r_n + I_n/kT, \\
\zeta(t) &= E_0(t) - 2E_1(t) + E_2(t)
\end{aligned}$$

avec  $I_n$  qui est l'énergie d'ionisation du niveau  $n$  de l'hydrogène.

Output :  $AJI$ ,  $BIJ$ ,  $BJI$ ,  $OIS$ ,  $DLDFEF$  en fréquence et  $DNDREF$  en longueur d'onde (largeurs Doppler pour les transitions Bound-Free).

## SOLINH

Définition des intensités incidentes pour les raies de H dans le but de fournir des conditions aux limites pour la résolution des équations de Transfert radiatif.

Le fichier input "intinc.dat" contient les intensités incidentes pour des raies de H. Le fichier input "tembri.dat" qui est une table de température de brillance est utilisée pour calculer les intensités pour les autres raies de l'hydrogène qui ne se trouvent pas dans "intinc.dat".

Inputs :  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTAR$ ,  $NFIMX$ ,  $NCMX$ ,  $NINF$ ,  $NSUP$ ,  $FRN$ ,  $NTR$ ,  $ICTR$ ,  $NFINT$

Outputs :  $FINT$ ,  $CPOL$ ,  $FRFI$

## CIIM2

Calcul des intensités incidentes moyennes HJMOY (moyenne sur toutes les directions) secteur par secteur arrivant sur le cylindre et émises à partir d'une sphère (soleil).

Inputs :  $NCMX$ ,  $RSOL$ ,  $HAL$ ,  $ALPHA$ ,  $HIC$ ,  $CPOL$ ,  $PSI$ ,  $NZETA$ ,  $ZETA$ ,  $NTHET$ ,  $THETA$ ,  $HJ1$ ,  $HJ2$

Output :  $HJMOY$

## DEFVCV

Définition des champ de vitesse ( $V_x, V_y, V_z$ ). Plusieurs cas :

- cas statique :  $V_x = V_y = V_z = 0$  (immobilité)
- flot longitudinal de  $30 \text{ km s}^{-1}$  :  $V_x = 0$ ,  $V_y = 0$ ,  $V_z = 3.10^6$
- rotation ( $0.01 \text{ rad s}^{-1}$ ) :  $V_{\max} = 10 \text{ km s}^{-1}$ ,  $V_z = 0$ ,  $V_x \neq 0$ ,  $V_y \neq 0$
- expansion ( $V_{\max} = 10 \text{ km s}^{-1}$ ) :  $V_z = 0$ ,  $V_x \neq 0$ ,  $V_y \neq 0$
- expansion ( $V_{\max} = 30 \text{ km s}^{-1}$ ) :  $V_z = 0$ ,  $V_x \neq 0$ ,  $V_y \neq 0$

## EQST2D

Résolution de l'équilibre statistique : on calcule les populations des niveaux de H en résolvant un système linéaire.

Inputs :  $IOPMI$ ,  $IVERB$ ,  $NR$ ,  $NPSI$ ,  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTRD$ ,  $NTRC$ ,  $ITRD$ ,  $ITRC$ ,  $NINF$ ,  $NSUP$ ,  $CIJ$ ,  $CJI$ ,  $RIJ$ ,  $RJI$ ,  $RIC$ ,  $RCI$ ,  $HNT$

Output :  $HN$

### **STYC2DV**

Calcul de l'intensité le long d'un rayon traversant le cylindre, connaissant les coefficients d'absorption (7.6), les fonctions source (7.5) et les intensités à chaque extrémité.

### **STJC2DV**

Equivalent à la subroutine STYC2DV pour les continus.

### **DZTC2DV**

Calcul de la contribution à la diagonale de l'opérateur  $\Lambda$  pour le cylindre connaissant les composantes de Fourier du coefficient d'absorption. On construit et on résout le système tridiagonal.

### **TXCH2D**

Calcul des probabilités de transition collisionnelle ( $CIJ$  et  $CJI$ ) connaissant la densité des électrons.

Inputs :  $NR$ ,  $NPSI$ ,  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTAB$ ,  $NINF$ ,  $NSUP$ ,  $POM$ ,  $FRN$ ,  $TAB$ ,  $OIS$ ,  $TE$ ,  $HNE$

Outputs :  $CIJ$  et  $CJI$

### **MATIPS**

Calcul des matrices d'interpolation en  $\Psi$ . En effet, les points ne se trouvent pas forcément sur un noeud de la grille ou à l'intérieur de la grille. D'où la nécessité d'interpoler ces points.

## **10 Résultats pour l'hydrogène**

On considère le modèle à propriétés variables défini par les paramètres suivants :  $PGMOD = 0.1 \text{ dyn cm}^{-2}$ ,  $ALDEG = 0^\circ$ ,  $HAL = 0 \text{ km}$ ,  $R0KM = 500 \text{ km}$ ,  $R1KM = 1000 \text{ km}$ ,  $T0 = 6000 \text{ K}$ ,  $T1 = 10^5 \text{ K}$ ,  $TREF = 10^4 \text{ K}$ .

Les courbes pour l'hydrogène se trouvent dans le répertoire **results** du package CYMA2DV.tgz à télécharger sur le site MEDOC.

La figure 7 représente une coupe de l'intensité relative pour plusieurs raies de l'hydrogène en fonction d'une position le long d'un axe perpendiculaire au cylindre. La courbe bleue

représente l'intensité relative pour  $L\alpha$ , la verte celle de  $L\beta$ , la rouge celle de  $H\alpha$ .

Sur les figures 8, 9, 10, 11, 12, 13, les longueurs d'onde relatives (en  $\text{\AA}$ ) sont représentées en abscisses ( $\Delta\lambda$ ). On y représente les variations d'intensité à travers le bas de la boucle (cylindre vertical) pour 10 positions équidistantes (à chaque 200 km) pour une vitesse radiale  $V_r = 30 \text{ km s}^{-1}$ , pour différentes raies de l'hydrogène :  $L\alpha$ ,  $L\beta$ ,  $H\alpha$ ,  $L\gamma$ ,  $H\beta$ ,  $Pa-\alpha$ . Chaque courbe est décalée vers le haut par rapport à la précédente. L'échelle pour les intensités est indiquée sur la gauche de la figure (exprimée en  $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ ).

Sur les figures 14, 15, 16, 17, 18, 19 sont représentées les variations de l'intensité à travers le bas de la boucle (cylindre vertical) pour les raies  $L\alpha$ ,  $L\beta$ ,  $H\alpha$ ,  $L\gamma$ ,  $H\beta$ ,  $Pa-\alpha$ . Les longueurs d'onde (en  $\text{\AA}$ ) sont représentées en abscisses ( $\Delta\lambda$ ) et les distances en  $\text{km}$  sont en ordonnées.

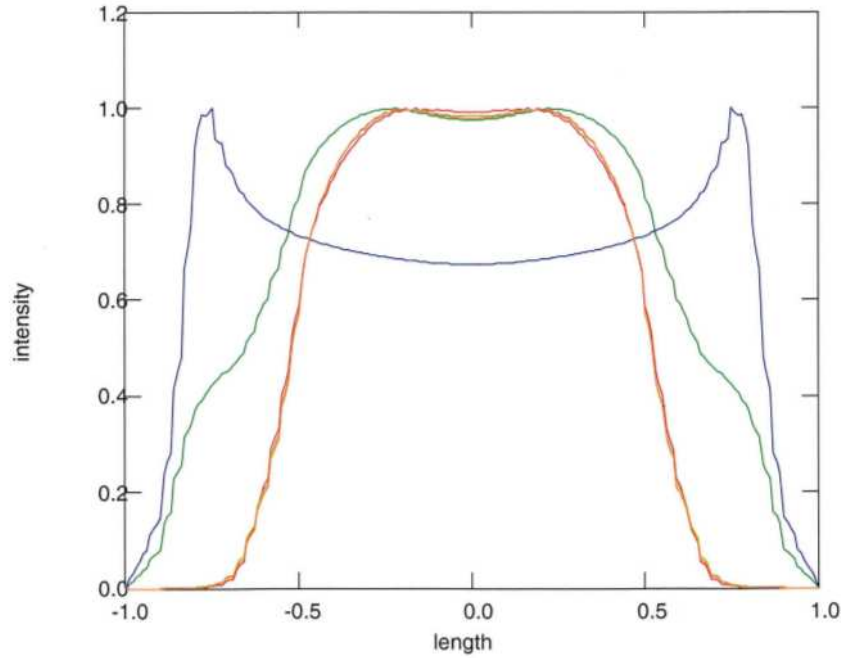


FIGURE 7 – Coupe de l'intensité relative des raies  $L\alpha$ ,  $L\beta$ ,  $H\alpha$  en fonction d'une position le long d'un axe perpendiculaire au cylindre

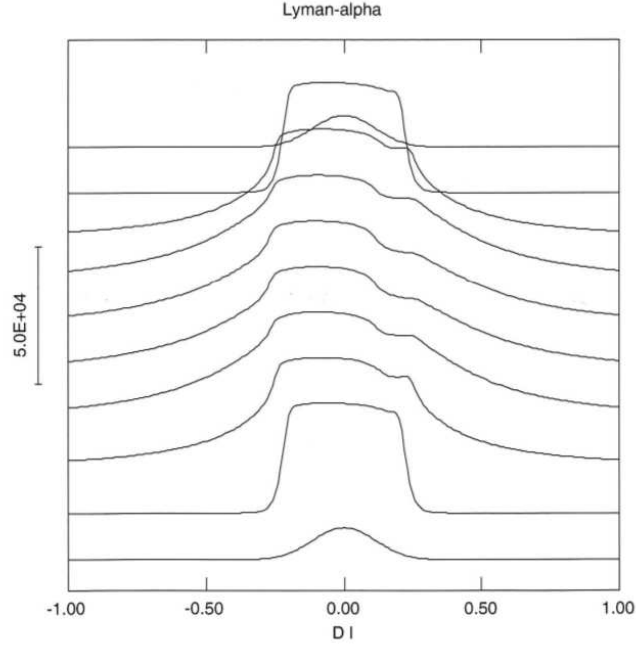


FIGURE 8 – Variations d'intensité à travers le bas de la boucle (cylindre vertical) pour 10 points équidistants (200 km) pour  $L\alpha$  à  $1215\text{\AA}$ . Abscisse ( $\text{\AA}$ ), ordonnée ( $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{\AA}^{-1}$ )

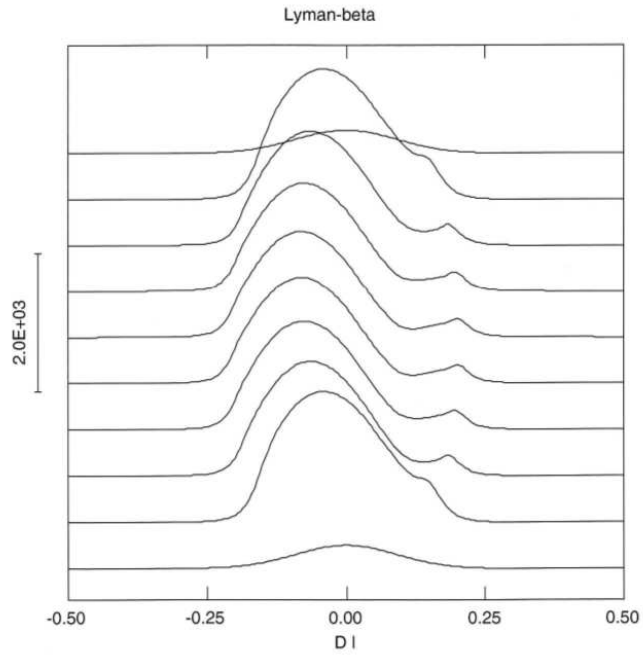


FIGURE 9 – Variations d'intensité pour  $L\beta$  à  $1025\text{\AA}$  de l'hydrogène

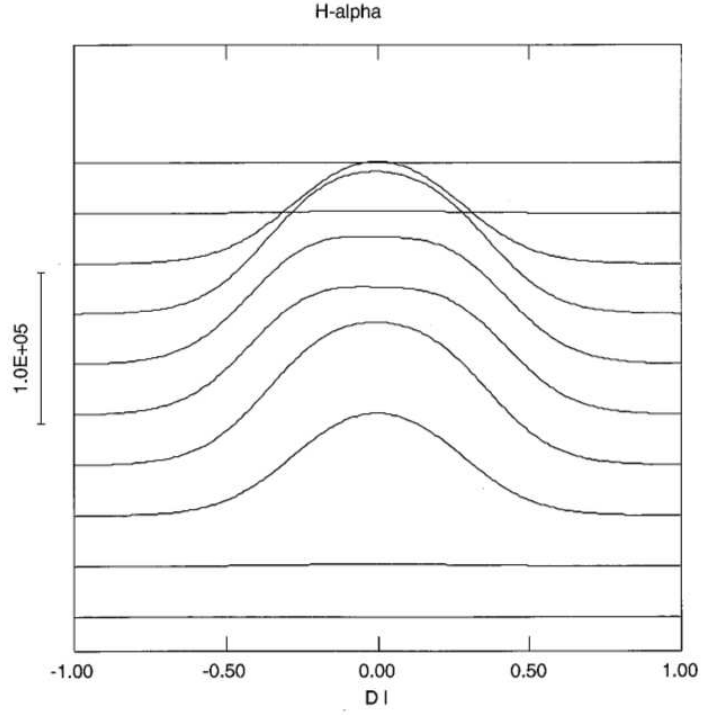


FIGURE 10 – Variations d'intensité pour  $H\alpha$  à 6564Å de l'hydrogène

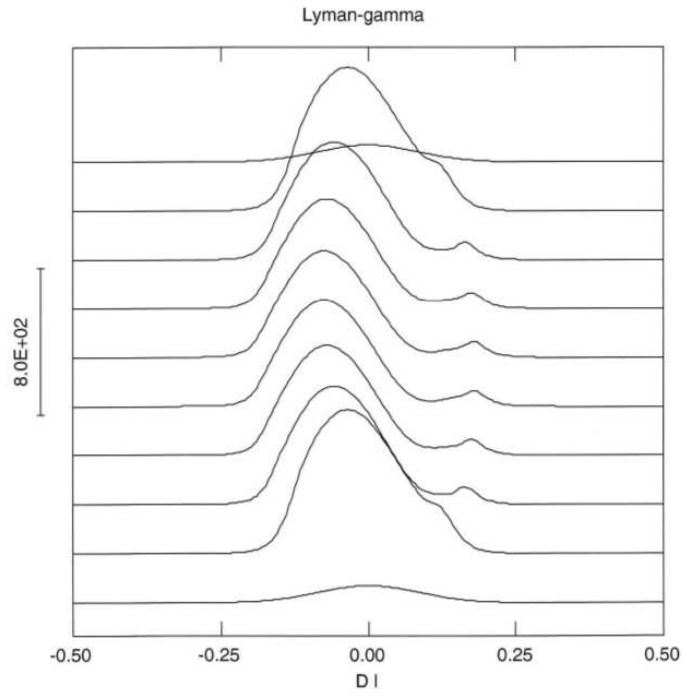


FIGURE 11 – Variations d'intensité pour  $L\gamma$  à 972Å de l'hydrogène

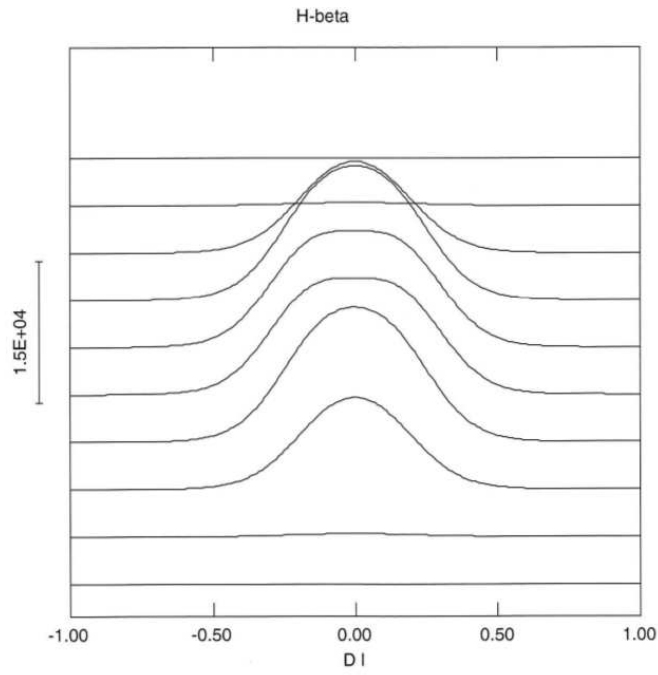


FIGURE 12 – Variations d'intensité pour  $H\beta$  à  $4862\text{\AA}$  de l'hydrogène

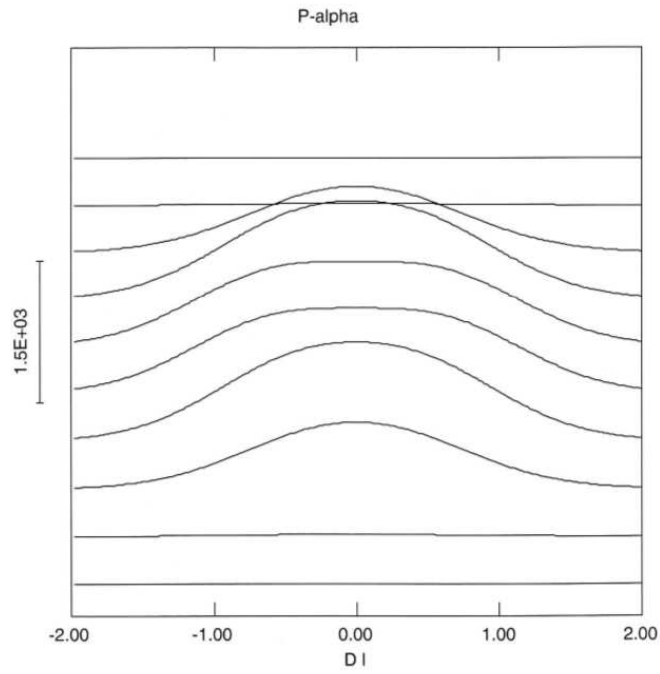


FIGURE 13 – Variations d'intensité pour  $Pa - \alpha$  à  $18756\text{\AA}$  de l'hydrogène



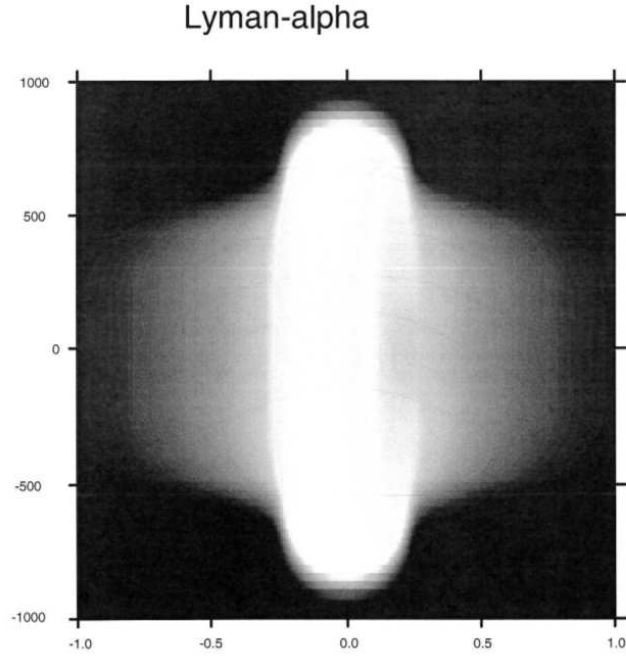


FIGURE 14 – Variations d'intensité pour  $L\alpha$  à  $1215\text{\AA}$  de l'hydrogène. Abscisse ( $\text{\AA}$ ), ordonnée ( $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \text{\AA}^{-1}$ )

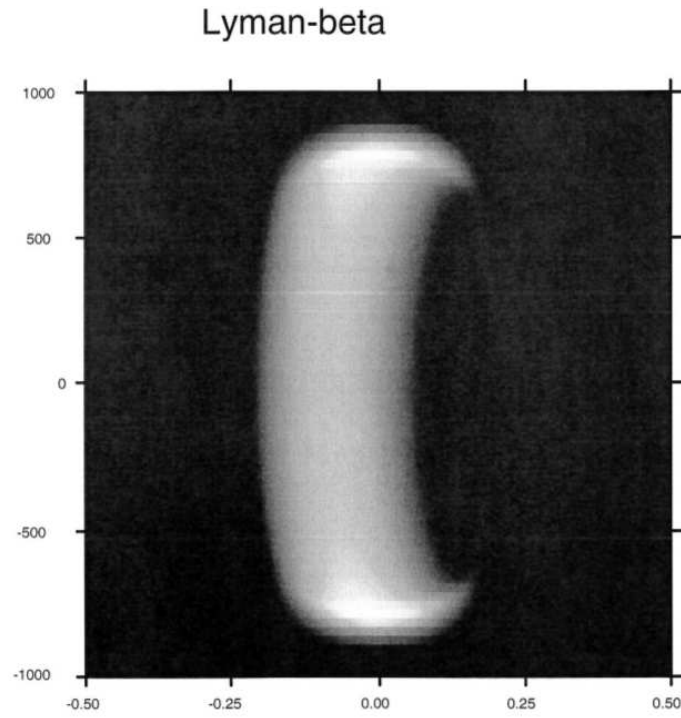


FIGURE 15 – Variations d'intensité pour  $L\beta$  à  $1025\text{\AA}$  de l'hydrogène

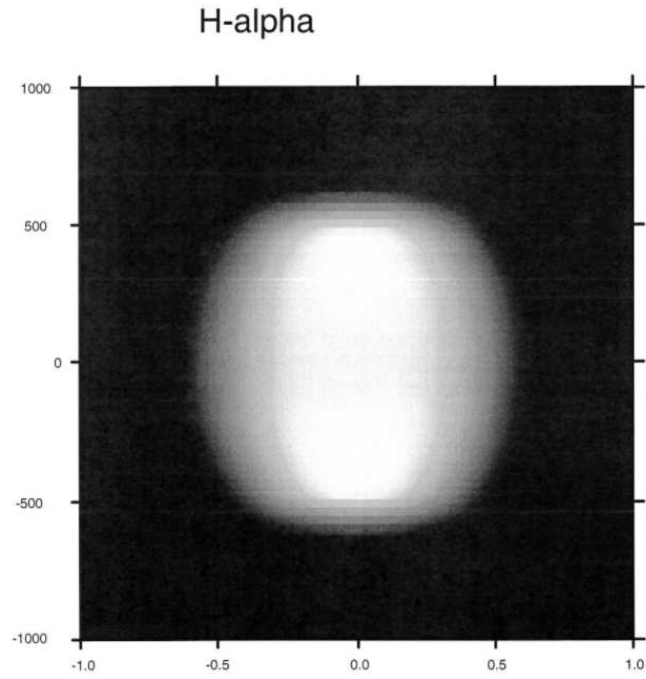


FIGURE 16 – Variations d'intensité pour  $H\alpha$  à  $6564\text{\AA}$  de l'hydrogène

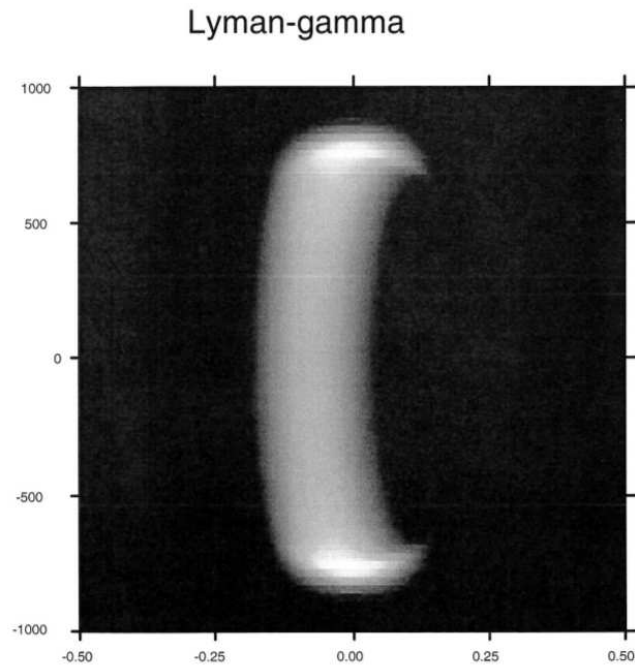


FIGURE 17 – Variations d'intensité pour  $L\gamma$  à  $972\text{\AA}$  de l'hydrogène

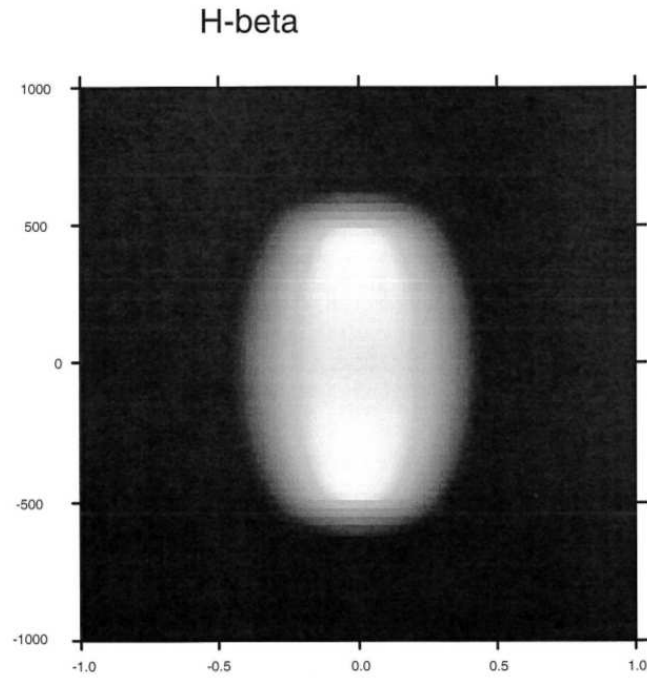


FIGURE 18 – Variations d'intensité pour  $H\beta$  à  $4862\text{\AA}$  de l'hydrogène

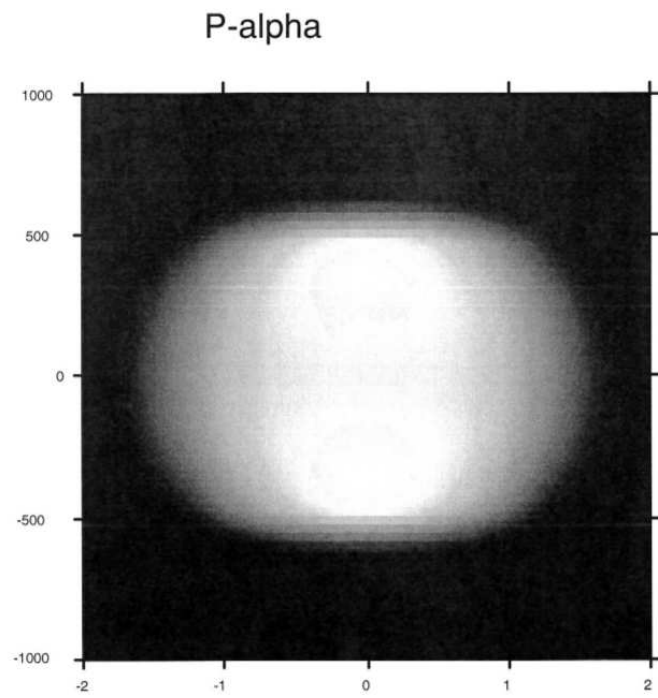


FIGURE 19 – Variations d'intensité pour  $Pa - \alpha$  à  $18756\text{\AA}$  de l'hydrogène

## 11 Exécution de CYMA2DV

- Télécharger le package CYMA2DV.tgz sur le site MEDOC :  
<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>
- Le compilateur gfortran est nécessaire. Taper les commandes suivantes dans un terminal :
- **tar -xvzf CYMA2DV.tgz**
- **cd CYMA2DV**
- Le répertoire contient les fichiers suivants : intinc.dat, tembri.dat, paramod.dat, makefile, cyma2dv.f90, visu.f90
- Le fichier à rectifier est “paramod.dat”
- **make**
- **./cyma2dv**
- Les fichiers de sortie sont : cc2dhvy.log (résumé des itérations), resu2dv.dat (intensités émergentes pour le tracé des profils), popc2dv.dat (populations des niveaux de l’hydrogène), fort.8 (temps CPU)
- Le répertoire **results** contient les outputs correspondant à un cas test afin de vérifier si les résultats obtenus sont les mêmes
- Pour visualiser les résultats, on utilise le programme de visualisation “visu.f90” en tapant les commandes suivantes :  
gfortran -o visu visu.f90  
./visu  
Le fichier de sortie est “cosbovi.ps”

## 12 Temps de calcul

Pour un modèle à propriétés variables défini par les paramètres suivants :  
PGMOD = 0.1 dyn cm<sup>-2</sup>, ALDEG = 0°, HAL = 0 km, R0KM = 500 km, R1KM = 1000 km,  
T0 = 6000 K, T1 = 10<sup>5</sup> K, TREF = 10<sup>4</sup> K.

Le temps CPU sur un PC avec 4 processeurs Intel de 2.67 GHz chacun est de 4719.213 s, soit environ 1h18.

## 13 Remerciements

Je tiens à remercier les directeurs de MEDOC : Eric Buchlin (actuel) et Frédéric Baudin (précédent).

Le 31 octobre 2025  
M. C-Y

## Références

- [1] C.W. Allen. *Astrophysical quantities*. The Athlone Press, University of London, 1973.
- [2] M. Arnaud and R. Rothenflug. An updated evaluation of recombination and ionization rates. *A&A suppl. Ser.*, 60 :425–457, 1985.
- [3] L.H. Auer and D. Mihalas. On the use of variable Eddington factors in Non-LTE stellar atmospheres computations. *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 149 :65–74, 1970.
- [4] Eugene H. Avrett. *Introduction to Non-LTE radiative transfer and atmospheric modeling*. Lecture notes, 2008.
- [5] S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Dover Publications, 1960.
- [6] CHIANTI Database. George Mason University (USA) and University of Michigan (USA) and University of Cambridge (UK). <http://www.chiantidatabase.org/>, Mai 2014.
- [7] K.P. Dere, E. Landi, H.E. Mason, B.C. Monsignori Fossi, and P.R. Young. CHIANTI - an atomic database for emission lines : I. Wavelengths greater than 50a. *A&A suppl. Ser.*, 125 :149–173, 1997.
- [8] O. Gingerich. Review of Opacity Calculations. *Proceedings of the First Harvard-Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres*, 167 :1–25, 1964.
- [9] P. Gouttebroze. Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. *A&A*, 413 :733–743, 2004.
- [10] P. Gouttebroze. Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. II : 2D azimuth-dependent case. *A&A*, 434 :1165–1171, 2005.
- [11] P. Gouttebroze. Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. III : Hydrogen spectrum. *A&A*, 448 :367–374, 2006.
- [12] P. Gouttebroze. Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. V : 2D transfer with 3D velocity fields. *A&A*, 487 :805–813, 2008.
- [13] P. Gouttebroze, P. Heinzel, and J.-C. Vial. The hydrogen spectrum of model prominences. *A&A Suppl. Ser.*, 99 :513–543, 1993.
- [14] P. Gouttebroze and N. Labrosse. A ready-made code for the computation of prominence NLTE models. *Solar Physics*, 196 :349–355, 2000.
- [15] P. Gouttebroze and N. Labrosse. Radiative transfer in cylindrical threads with incident radiation. VI : A hydrogen plus helium system. *A&A*, 503 :663–671, 2009.
- [16] Pierre Gouttebroze. *Formation des raies spectrales et oscillations dans la chromosphère solaire*. Thèse d’Etat, Université Paris 7, 1980.
- [17] I. Hubeny and D. Mihalas. *Theory of Stellar Atmospheres : An introduction to Astrophysical Non-equilibrium Quantitative Spectroscopic Analysis*. Princeton University Press, 2015.
- [18] J.T. Jefferies. *Spectral line formation*. Blaisdell, 1968.
- [19] L.C. Johnson. Approximation for collisional and radiative transition rates in atomic hydrogen. *A&A*, 174 :227–236, 1972.

- [20] Nicolas Labrosse. *Modélisation du spectre de l'hélium dans les protubérances solaires*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2001.
- [21] P. Lemaire, P. Gouttebroze, J.-C. Vial, and G. E. Artzner. Physical properties of the solar chromosphere deduced from optically thick lines : I. Observations, data reduction, and modelling of an average plage. *A&A*, 103 :160–176, 1981.
- [22] G. L. Olson, L. H. Auer, and J. R. Buchler. A rapidly convergent iterative solution of the non-lte line radiation transfer problem. *JQSRT*, 35, 431 :733–743, 1986.
- [23] J. Oxenius. *Kinetic Theory of Particles and Photons. Theoretical Foundations of Non-LTE Plasma Spectroscopy*. Springer-Verlag, 1986.
- [24] F. Paletou. Transfert de rayonnement : méthodes itératives. *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 2, Série IV :885–898, 2001.
- [25] G. Peach. A general formula for the calculation of absorption cross sections for free-free transitions in the field of positive ions. *Royal Astronomical Society*, 130 :361–377, 1964.
- [26] C. Pecker-Wimel. *Introduction à la spectroscopie des plasmas*. Gordon and Breach, 1966.
- [27] R.J. Rutten. *Radiative transfer in stellar atmospheres*. 2003.
- [28] E. Schatzman. *Astrophysique*. Masson et Cie, 1963.
- [29] J.E. Vernazza, E. H. Avrett, and R. Loeser. Structure of the Solar chromosphere ; ii. The underlying photosphere and temperature-minimum region. *ApJS*, 30 :1–60, 1976.