

# MANUEL D'UTILISATEUR

## PROM5 : Transfert radiatif hors ETL dans les protubérances solaires

Martine Chane-Yook

`martine.chane-yook@universite-paris-saclay.fr`

Corrigé par :

Jean-Claude Vial  
Pierre Gouttebroze  
Jacques Dubau

Accès Web :

<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Descriptif du programme PROM5</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Algorithme</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Modélisation d'une protubérance</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Transitions Bound-Free (lié-libre) et Bound-Bound (lié-lié)</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Modèle atomique de l'hydrogène, Johnson [14]</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Equations de populations et de transfert radiatif</b>	<b>7</b>
<b>8</b>	<b>Méthode utilisée pour traiter le transfert radiatif</b>	<b>9</b>
<b>9</b>	<b>Explications des sousroutines</b>	<b>10</b>
9.1	Liste de variables utilisées dans la sousroutine P5EXE . . . . .	11
9.2	Partie H (modèle de Johnson, [14] ) . . . . .	12
<b>10</b>	<b>Résultats pour l'hydrogène</b>	<b>22</b>
<b>11</b>	<b>Exécution de PROM5</b>	<b>28</b>
<b>12</b>	<b>Temps de calcul</b>	<b>28</b>
<b>13</b>	<b>Remerciements</b>	<b>29</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>30</b>

# 1 Introduction

PROM5 est un code écrit en Fortran 77 par P. Gouttebroze ([9], [10], [11]) décrivant le transfert radiatif hors ETL (1D) pour l'atome d'hydrogène dans les protubérances solaires, avec redistribution partielle des fréquences pour les raies de la série de Lyman. Le problème consiste à résoudre un système d'équations comprenant l'équilibre d'ionisation des éléments les plus abondants, l'équilibre statistique des populations des niveaux (pour l'atome d'hydrogène et éventuellement d'autres atomes), le transfert de rayonnement dans les transitions étudiées. Ces raies (intensité, profil) servent au diagnostic des protubérances.

PROM5 est similaire au code PROM7 (transfert radiatif hors ETL dans les protubérances et filaments solaires pour des modèles d'atmosphère isothermes et isobares) sauf que les paramètres des modèles d'atmosphère que l'on considère sont variables à travers la protubérance. Mais PROM5 ne traite que l'hydrogène.

Le code dans sa version originale est accessible depuis le site MEDOC d'IDOC (1D) :  
<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

Dans la suite, je détaillerai le programme original PROM5 (hydrogène) : compréhension détaillée des codes, équations implémentées, algorithmes, méthodes numériques utilisées, etc.

## 2 Descriptif du programme PROM5

*Nature du problème physique* : Transfert radiatif (1D) hors ETL dans les protubérances (raies  $H I$ ,  $H I I$ )

*Méthode de résolution* : Méthode de Feautrier + Facteurs d'Eddington variables

*Restrictions sur la complexité du problème* : PROM5 traite l'hydrogène dans les protubérances solaires

*Autre information pertinente* : Les paramètres des modèles d'atmosphère considérés sont variables à travers la protubérance

*Auteur* : P. Gouttebroze

*Programmes disponibles à partir de* :  
<https://idoc.osups.universite-paris-saclay.fr/medoc/tools/radiative-transfer-codes/>

*Machines sur lesquelles le programme a été testé* : inf-martine      *Installation* : IAS

*OS* : Linux

*Langage de programmation* : Fortran 77

*Etat* : Stable

*Accessibilité* : Groupe solaire et extérieur (MEDOC)

*Nombre de lignes* : 5562

*Temps de calcul* :  $< 1$  min un modèle d'atmosphère dont les paramètres sont variables à travers la protubérance

*Références* :

- P. Gouttebroze, P. Heinzel and J.-C. Vial, "The hydrogen spectrum of model prominences", A&A Sppl. Ser., 99, 513-543, 1993

### 3 Algorithme

La figure 1 représente l'algorithme du programme PROM5.

Il commence par une initialisation des paramètres physiques :

- Equilibre statistique (voir figure 4) :  $A_{ji}$  (coefficient  $A$  d'Einstein),  $B_{ij}$  et  $B_{ji}$  (coefficient  $B$  d'Einstein),  $C_{ij}$  et  $C_{ji}$  (coefficients d'excitation et de désexcitation collisionnelles)
- Conditions aux limites (intensités incidentes dans les raies et continus de l'hydrogène)
- Température de rayonnement

Le but de PROM5 est de calculer tout d'abord la densité des électrons. Comment sont obtenus ces électrons libres ? Par ionisation de l'hydrogène et des autres éléments (He, métaux, etc), représentée par la boucle en rouge sur la figure 1. A l'intérieur de cette boucle générale pour l'hydrogène, on traite l'équilibre statistique de manière itérative, c-à-d on calcule les populations des niveaux de  $H$  en commençant par une densité électronique  $N_e$  égale à  $1/2 N_H$ , où  $N_H$  est la densité de l'hydrogène. Par itération, on obtient  $N_e$  et le modèle d'atmosphère de l'hydrogène qui est dominant dans la protubérance. Le spectre émergent pour  $H$  est calculé pour plusieurs valeurs de l'angle  $\theta$  (ici 3 valeurs) que fait le rayon lumineux avec la normale à la surface.

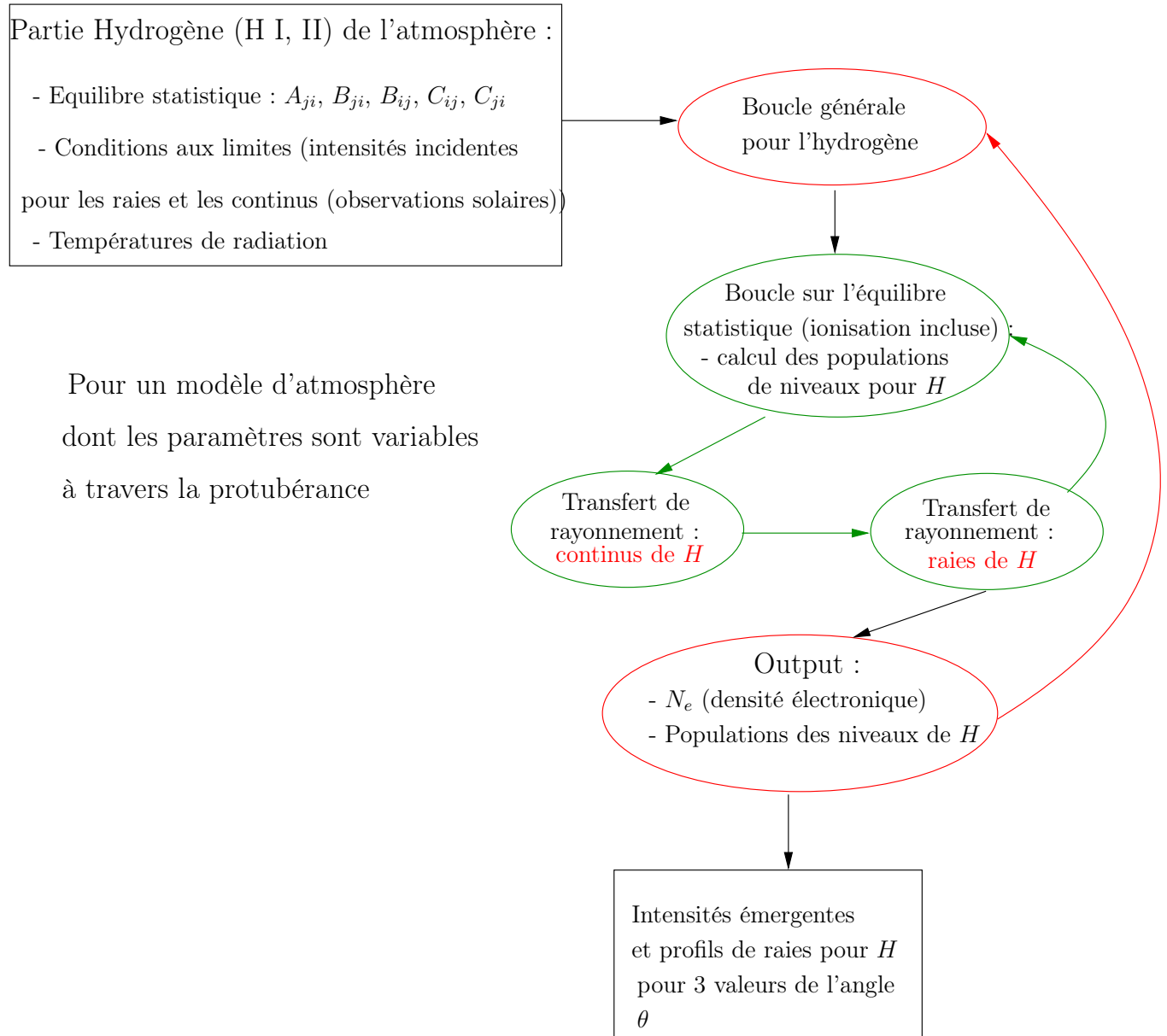


FIGURE 1 – Algorithme de PROM5

## 4 Modélisation d'une protubérance

La figure 2 représente l'image d'une protubérance prise le 30/08/2012 par SDO/AIA aux longueurs d'onde 304Å et 171Å.



FIGURE 2 – Protubérance solaire avec SDO/AIA, à 304Å et 171Å, le 30/08/2012

Dans la modélisation (voir figure 3 ci-dessus), la protubérance est représentée par une couche plan-parallèle verticale, d'épaisseur  $e$ , située au-dessus de la surface du soleil à la hauteur  $h$ . Il s'agit ici d'une représentation  $1D$ . Chaque face de ce modèle symétrique est illuminée par le rayonnement incident provenant de la photosphère, de la chromosphère et de la couronne solaire. Ce champ de rayonnement est très important puisqu'il détermine les conditions aux limites pour la résolution des équations de transfert (voir paragraphe 7). A l'intérieur de la protubérance, on définit comme conditions initiales 3 paramètres physiques variables en fonction de la position de la couche : la température électronique  $T$ , la pression  $P$  et la vitesse de microturbulence  $V$ . En raison de la symétrie du problème, les calculs sont effectués sur une demi couche seulement.

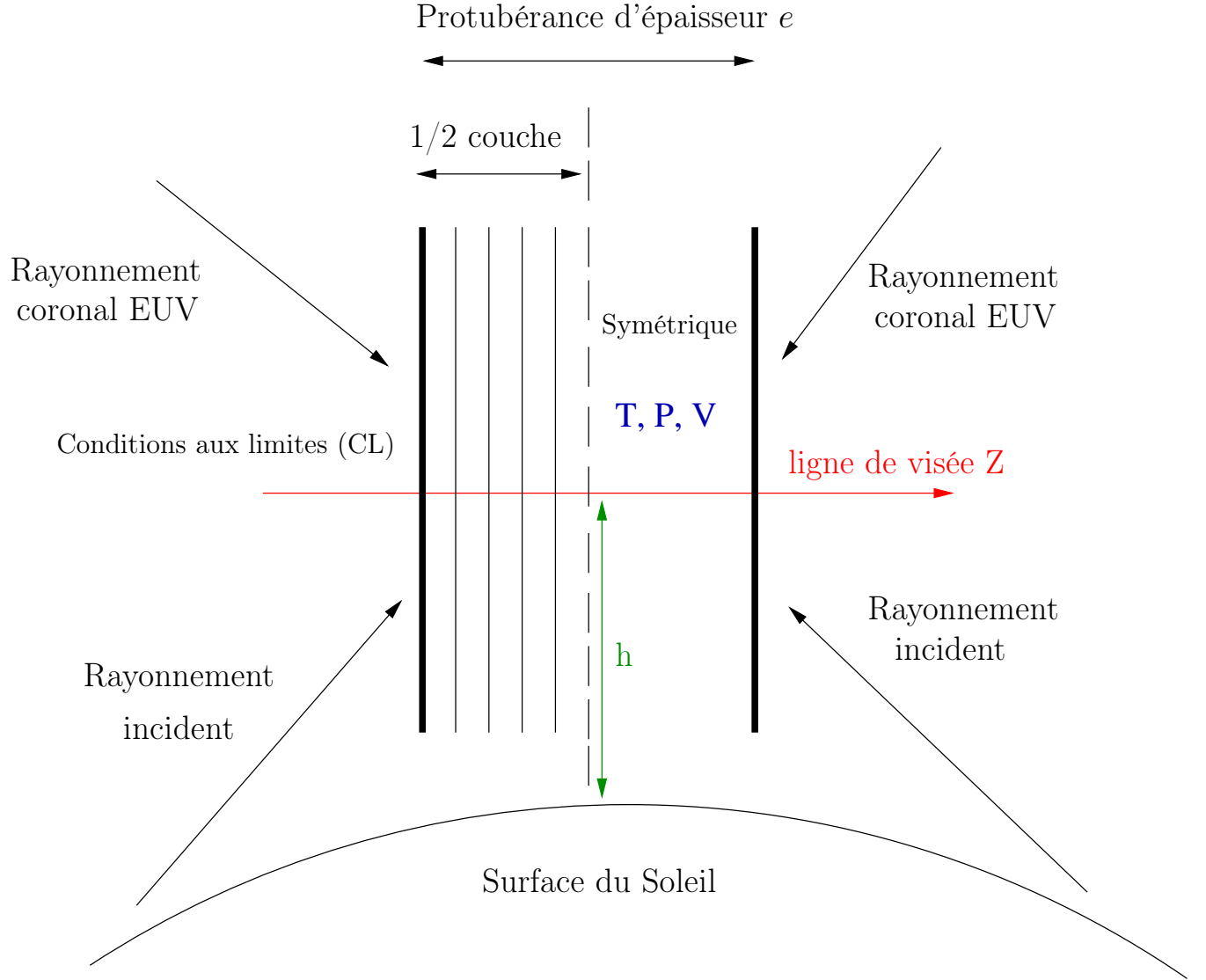


FIGURE 3 – Modélisation d'une protubérance

## 5 Transitions Bound-Free (lié-libre) et Bound-Bound (lié-lié)

Les transitions prises en compte dans PROM 5 sont les transitions Bound-Free et Bound-Bound, qui sont représentées sur la figure 4. Les Bound-Free sont les transitions qui vont d'un état (lié)  $i$  vers le continu et qui produisent un électron libre d'énergie  $\epsilon$ . Cela commence à la limite infinie des états excités ( $\epsilon = 0$ ). Les Bound-Bound sont les transitions qui vont d'un niveau  $i$  vers un niveau  $j$ .

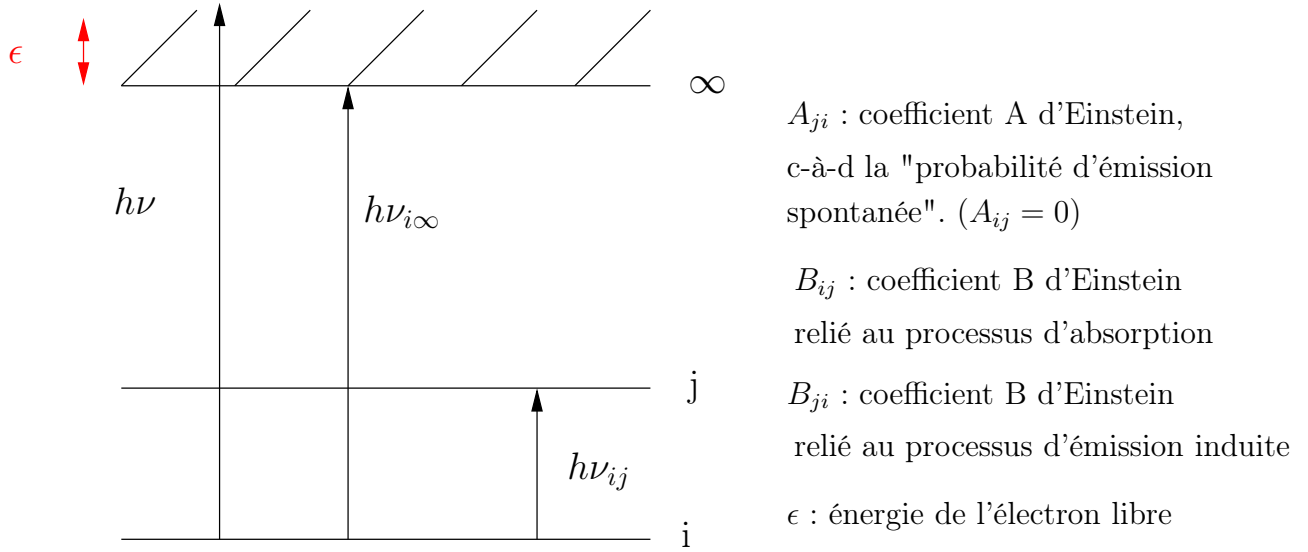


FIGURE 4 – Types de transitions considérées dans PROM5

## 6 Modèle atomique de l'hydrogène, Johnson [14]

Les transitions pour l'hydrogène sont résumées dans le tableau 1.  $NN$  est le nombre de niveaux d'énergie (y compris le continu),  $NTT = NN \times (NN - 1)/2$  le nombre total de transitions,  $NTAC = NN - 1$  le nombre de continus et  $NTAR = NTT - NTAC$  le nombre de raies. Dans PROM5,  $NN = 21$  (20 niveaux et 1 continu).

## 7 Equations de populations et de transfert radiatif

Considérons le niveau  $j$  de la figure 4. On introduit les équations de populations pour ce niveau qui donnent l'équilibre entre les processus de peuplement et de dépeuplement du niveau  $j$  à partir des autres niveaux  $i$  :

$$N_j \sum_{j \neq i}^n P_{ji} = \sum_{j \neq i}^n N_i P_{ij} \quad (7.1)$$

Le taux de transition de l'état  $j$  vers  $i < j$  s'écrit :

$$P_{ji} = A_{ji} + B_{ji} \bar{J}_{ij} + C_{ji} = R_{ji} + C_{ji} \quad (7.2)$$

où  $C_{ji}$  est le taux de désexcitation,  $C_{ij}$  est le taux d'excitation par collisions.  $C_{ji}$  est proportionnel à la densité électronique.  $R_{ji}$  (resp.  $R_{ij}$ ) est la probabilité de désexcitation par



Transition	Niveau inférieur	Niveau supérieur	Nom des transitions	Longueur d'onde $\lambda(\text{\AA})$
1	1	2	<i>Ly</i> $\alpha$	1215
2	1	3	<i>Ly</i> $\beta$	1025
3	2	3	<i>H</i> $\alpha$	6564
4	1	4	<i>Ly</i> $\gamma$	972
5	2	4	<i>H</i> $\beta$	4862
6	3	4	<i>Pa</i> $\alpha$	18756
7	1	5	<i>Ly</i> $\delta$	949
8	2	5	<i>H</i> $\gamma$	4341
9	3	5	<i>Pa</i> $\beta$	12821
10	4	5	<i>Br</i> $\alpha$	6563
11	1	6	<i>Ly</i> $\epsilon$	973
12	2	6	<i>H</i> $\delta$	4102
13	3	6	<i>Pa</i> $\gamma$	10935
14	4	6	<i>Br</i> $\beta$	4861
15	5	6	<i>Pf</i> $\alpha$	7460
16	1	7	<i>Ly</i> 6	931
17	2	7	<i>H</i> $\epsilon$	3971
...	...	...	...	...
<i>NTAR</i> + 1	1	<i>NN</i>	Lyman Continu	911
<i>NTAR</i> + 2	2	<i>NN</i>	Balmer continu	3645
...	...	...	...	...
<i>NTT</i> =	<i>NN</i> - 1	<i>NN</i>		

TABLE 1 – Principales transitions pour H

rayonnement (resp. probabilité d'excitation par rayonnement).  $A_{ji}$  est lié à l'émission spontanée d'un photon et  $B_{ji}$  à l'émission induite.

Le taux de transition de l'état  $i$  vers  $j > i$  s'écrit :

$$P_{ij} = B_{ij}\bar{J}_{ij} + C_{ij} = R_{ij} + C_{ij},$$

$B_{ij}$  représentant l'absorption d'un photon.

L'expression de  $\bar{J}_{ij}$  est donnée par :

$$\bar{J}_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\nu} \Phi_{\nu} d\nu \quad (7.3)$$

où  $J_{\nu}$  est l'intensité moyennée sur la direction  $\mu = \cos \theta$ ,  $\theta$  étant l'angle d'incidence et  $\Phi_{\nu}$  le profil normalisé du coefficient d'absorption.

$$J_{\nu} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_{\nu}(\mu) d\mu \quad (7.4)$$

Le terme de gauche dans les équations de populations (7.1) représente tous les processus qui vont dépeupler le niveau  $j$  et le terme de droite correspond à tous les niveaux qui vont peupler le niveau  $j$ . Pour fermer le système d'équations de population, il suffit d'utiliser l'équation de conservation de l'élément (c'est-à-dire l'atome considéré : hydrogène) :

$$\sum_{j=1}^n N_j = N_T \quad (7.5)$$

où  $N_T$  est la population totale de l'élément.

Ces équations de populations qui contiennent les intensités moyennes par l'intermédiaire de  $\bar{J}_{ij}$  (c.à.d intégrées sur le profil de la raie centrée en  $\nu_0$ ) sont couplées avec l'équation de transfert radiatif.

L'intensité dans la transition considérée s'obtient en résolvant l'équation de transfert (comme s'il s'agissait d'un atome à deux niveaux) par la méthode de Feautrier :

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (7.6)$$

$\tau_\nu$  est la profondeur optique à la fréquence  $\nu$ , et  $S_\nu$  est la fonction source totale définie par :

$$S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu},$$

où  $\kappa_\nu$  est le coefficient d'absorption et  $\epsilon_\nu$  le coefficient d'émission.

On obtient à la fin un système d'équations matricielles que l'on résout numériquement. Pour plus de détails, voir les deux chapitres suivants.

## 8 Méthode utilisée pour traiter le transfert radiatif

On commence par une initialisation : populations des niveaux, champ de rayonnement, densité électronique, paramètres atomiques (coefficients  $A$  et  $B$  d'Einstein, coefficients de taux de collision), lecture du modèle, intensités incidentes, conditions aux limites. Ensuite, on entre dans les processus itératifs :

- La première boucle externe (*ITG*) concerne le calcul de l'équilibre statistique, le calcul des fonctions de redistribution pour les raies, le calcul des facteurs d'Eddington variables, sous l'hypothèse d'un milieu optiquement mince.
- La seconde boucle interne (*ICR*) concerne le transfert radiatif pour les transitions continues et les transitions discrètes. Elle se termine par un test de convergence. Puis on recalcule les nouveaux paramètres radiatifs ( $P_{ji}$ ). On recalcule aussi les températures de rayonnement pour les continus.

L'équilibre statistique (7.1, 7.5) consiste en la résolution d'un système linéaire (par les méthodes d'élimination) dont les termes sont obtenus à partir des coefficients de peuplement

et de dépeuplement  $P_{ji}$  (7.2). Les inconnues sont les populations des niveaux.

Le transfert radiatif (7.6) consiste à calculer les intensités dans les raies ou les continus à partir de la connaissance de la fonction source et des intensités aux limites. On utilise la méthode dite de Feautrier ([12], [20]), méthode de résolution d'un système linéaire aboutissant à une matrice tridiagonale, dont chaque élément est une matrice carrée (direction-fréquence). Cependant, pour diminuer la taille des matrices, on réalise une intégration sur la direction à l'aide des facteurs d'Eddington variables (technique proposée par L.H. Auer et D. Mihalas, [3]). La méthode de Feautrier originale aurait produit des matrices carrées d'ordre 60, alors qu'ici on obtient des matrices d'ordre 20, ce qui réduit considérablement le temps de calcul. A la sortie, on obtient les intensités  $J_\nu$  (7.4) moyennées sur toutes les directions à partir desquelles on peut recalculer de nouvelles fonctions sources et de nouveaux taux de transition. Les fonctions sources seront utilisées ultérieurement pour calculer les intensités émergentes et les profils de raies.

Pour les raies, on utilise deux processus de redistribution en fréquence. La redistribution partielle ne concerne que les photons absorbés et réémis dans la même raie. La redistribution complète consiste à supposer qu'il n'y a aucune relation entre la fréquence du photon absorbé et la fréquence du photon réémis. C'est le cas général qu'on utilise pour les raies de Paschen, Balmer et les raies de Lyman formées à partir de niveaux élevés. Pour l'hydrogène, la redistribution partielle ne concerne que les raies  $Ly\ \alpha$  et  $Ly\ \beta$ .

Tandis que pour les continus, il n'y a pas de problème de redistribution en fréquence.

Les sousroutines appelées dans PROM5 vont être détaillées dans le chapitre suivant.

## 9 Explications des sousroutines

Le programme PROM5 commence par la lecture du fichier d'entrée "model5.dat", par l'appel de la sousroutine principale P5EXE, par la sortie des profils de raies ("profil5.dat"), et par des sousroutines de visualisation (PSDEB, VISU21L, PSFIN). Le paragraphe 9.2 explique ce que fait chaque sousroutine.

Les fichiers en input pour PROM5 sont :

- ★ intinc.dat : intensités incidentes pour l'hydrogène
- ★ model5.dat (pour un modèle donné) : fichier comprenant le nombre de couches (ou mailles)  $NZ = 74$ , la hauteur de la protubérance  $h = 10000$  km et 4 colonnes de données. La première colonne correspond à la température  $T$  (K), la deuxième colonne à la pression ( $\text{dyn.cm}^{-2}$ ), la troisième à l'épaisseur de la protubérance (km) et la quatrième à la vitesse de microturbulence ( $\text{km.s}^{-1}$ ), le long de la ligne de visée (qui est l'épaisseur de la protubérance ici).

Les fichiers en output sont :

- ★ profil.dat : profils de raies sous forme numérique

★ profil.ps : profils de raies

Dans les paragraphes suivants, je détaillerai les sousroutines appelées ainsi qu’une liste de variables utilisées dans la sousroutine principale P5EXE.

## 9.1 Liste de variables utilisées dans la sousroutine P5EXE

- IVERT : 1 (cas protubérance : couche verticale)
- NZ : nombre total de mailles donné par le fichier d’entrée “model5.dat”
- NFR : nombre de fréquences dans chaque raie
- NMU : nombre de directions  $\mu = \cos \theta$ , où  $\theta$  est l’angle d’incidence
- NPSOR : nombre de points pour la visualisation (profils de raies)
- NFRC : nombre de fréquences dans chaque continu
- NTAB : taille du tableau de températures  $TAB$  (pour le calcul des coefficients de taux de collision)
- NINF : niveau inférieur de la transition considérée
- NSUP : niveau supérieur de la transition considérée
- ITP : définit une transition permise ou non
- IOPRN : 1 (redistribution complète CRD), 3 (redistribution partielle PRD), 4 (PRD avec coefficient de cohérence dépendant de la fréquence : cas particulier pour  $Ly \alpha$ )
- IOPERA : 1 (on sort les profils de raies), 0 (on ne sort pas les profils de raies). IOPERA est lié à DL2
- DL1 : représentation graphique (abscisse des profils de raies) pour les premières longueurs d’onde
- DL2 : représentation graphique (abscisse des profils de raies) pour les dernières longueurs d’onde
- IOPMRU : 1 (on calcule une seule matrice de redistribution par transition, commune à toutes les mailles), 0 (on calcule toutes les matrices de redistribution par transition, commune à toutes les mailles)
- EPS et BEN : coefficients de couplage pour les raies
- CSI0 et ETA0 : paramètres qui sont pour les continus les équivalents de EPS et EPSxBEN pour les raies
- GIBAR : intensité moyenne pondérée par le profil d’absorption
- IOPECO : équivalent pour les continus de IOPERA (pour les raies)
- IOPFEV : option pour calculer les facteurs d’Eddington variables
- IPROF : 1 (on imprime les profondeurs optiques), 0 (sinon)
- IOPMIC : 1 (on tient compte de la pression microturbulente), 0 (sinon)
- NVLI : nombre de raies à visualiser
- IVHYD : option de visualisation pour l’hydrogène
- INIDLD : option pour initialiser automatiquement les largeurs Doppler à partir d’une température de référence TEREf (pour la représentation graphique)
- IOPCAC : 0 (pas d’absorption continue), 3 (absorption continue incluse dans les calculs)

- IOPEAC : écriture de l'absorption continue
- IOPATM : écriture des paramètres atmosphériques
- IOPTTC : écriture des taux de transitions continues
- PMU : valeurs de  $\mu$  ( $\mu = 1$  correspond au tracé continu sur les profils de raies,  $\mu = 0.6$  correspond au tracé en tiret, et  $\mu = 0.2$  correspond au tracé en pointillé)
- IVTR : indice pour la visualisation dans le transfert radiatif
- ETOT : énergie totale émise par la structure dans une raie donnée
- RDMAT : matrices de redistribution
- AJI : coefficient A d'Einstein pour l'émission spontanée
- BJI, BIJ : coefficients B d'Einstein pour l'émission induite et l'absorption
- CIJ, CJI : taux d'excitation/déexcitation par électrons
- CAC : coefficient d'absorption continue
- TR : température de rayonnement pour une transition lié-libre
- FADIR : facteur de dilution pour les raies
- FADIC : facteur de dilution pour les continus
- CPOL : coefficients polynomiaux de degré 5 intervenant dans le calcul des facteurs de dilution (de dimension NCMX)
- FEVK et FEVL, FKTC et FLTC : facteurs d'Eddington variables (resp. raies et continus)
- HIEMC : intensité émise dans le continu (pour la sortie)
- RIK, RKI : taux de transitions radiatifs
- FIIR, FISR : flux incident inférieur et supérieur dans la raie
- FRR : fréquence dans la raie
- Paramètres atmosphériques (dimension NZ) : XM (masse-colonne), Z (position dans la couche), TE (température), PG (pression gazeuse), VT (vitesse de microturbulence), HNH (densité de l'hydrogène (nombre d'atomes par unité de volume)), HNE (densité des électrons)
- NTR et NTC : numérotations des transitions discrètes et continus
- ICTR et ICTC : indices de contrôle pour les raies et les continus
- FRN : fréquence des niveaux
- XFR et XFRC : modèle de découpage en fréquence pour les raies et les continus
- BRN et BRP : Bilan radiatif net avant et après les calculs (pour la convergence)
- SR et SC : fonctions source pour la raie et le continu
- STR : fonction source totale (raie + continu)
- CARR : coefficient d'absorption dans la raie
- COHER : coefficient de cohérence
- OIS : coefficient de taux d'ionisation collisionnelle

## 9.2 Partie H (modèle de Johnson, [14] )

La partie hydrogène (subroutine principale P5EXE) se décompose d'après le schéma suivant :

- INIMET : traite l'abondance des métaux, relative à l'hydrogène
- Lecture des paramètres d'atmosphère à paramètres variables dans la protubérance "model5.dat"
- INIFEVH : initialisation des facteurs d'Eddington (raies + continus)
- INIHV3 : initialisation des paramètres atomiques pour l'équilibre statistique ( $AJI$  coefficient  $A$  d'Einstein,  $BIJ$  et  $BJI$  coefficients  $B$  d'Einstein, coefficients d'ionisation et d'excitation  $S_i$  et  $S_e$ )
- SOLINH : on lit les intensités incidentes (fichier input "intinc5.dat")
- INTALT : calcul des facteurs de dilution (raies + continus) qui dépendent de l'altitude ( $FADIR$  pour les raies et  $FADIC$  pour les continus)
- COLHV3 : conditions aux limites pour H (intensités)
- On calcule l'intégrale sur le profil de raie  $HJBAR = \int_{-\infty}^{+\infty} J_\nu \Phi_\nu d\nu$
- INITR1 : initialisation des températures de rayonnement (correspondant au rayonnement d'un corps noir) à l'intérieur de la couche pour H à partir des intensités calculées précédemment
- Boucle générale pour l'hydrogène :
  - do  $ITG = 1$ ,  $ITGMAX$  :
    - HYESV3 : calcul des populations des niveaux de H et de la densité électronique
    - do  $IT = 1$ ,  $NTAR$  : boucle sur les transitions discrètes
      - RPCDEH : calcul des matrices de redistribution partielles et complètes
    - enddo
    - Si  $IOPFEV \geq 3$ , on imprime les facteurs d'Eddington pour les raies et les continus via la subroutine ECRFEV
    - Sauvegarde pour les raies ( $HJBAR$  et  $BRN$  (bilan radiatif net)) et pour les continus (probabilités d'excitation/d'ionisation par rayonnement  $RIK$  et  $RKI$ ) ainsi que pour  $HN$  (populations de niveaux de l'hydrogène)
    - do  $icr = 1$ ,  $ICRMAX$  : boucle sur l'équilibre de pression

L'ionisation de l'hydrogène détermine la densité des électrons libres.

  - \* EQSTHV3 : résolution des équations de l'équilibre statistique pour les populations des niveaux excités de l'hydrogène ( $HN$ ). Plus précisément, on recalcule l'équilibre statistique car une partie des coefficients de transition  $P_{ji}$  donnés par (7.2) a changé (continus + raies)
  - \* Transitions Bound-Free :
    - ★ do  $itac = 1$ ,  $NTAC$  : boucle sur les continus
      - . HCONTI : Transfert radiatif NLTE pour les continus. On calcule les intensités et les probabilités de transitions  $P_{ji}$  données par (7.2)
    - ★ enddo (pour  $itac$ )
    - ★ COMPACH : comparaison pour la convergence
  - \* Transitions Bound-Bound :
    - ★ do  $itar = 1$ ,  $NTAR$  : boucle sur les raies
      - . RPRHV3 : Transfert radiatif NLTE pour les raies

- ★ *enddo* (pour *itar*)
- ★ COMPARCH : comparaison pour la convergence
- ★ Préparation pour l'itération suivante : on calcule les coefficients de transition radiative *RIK* à partir de la température de rayonnement *TR* calculée précédemment,
  - NOVRIK : pour les continus
  - NOVBRV3 : pour les raies.
- *enddo* (pour *icr*)
- NOVTR2 : on recalcule la température du rayonnement pour les transitions Bound-Free (continus)
- Convergence et procédure de sauvegarde pour *HJBAR*, *HN*, *BRN*, *RIK*, *RKI* *enddo* (pour *ITG*)
- Ecriture des facteurs d'Eddington (*FEVK* pour les raies et *FKTC* pour les continus)
- Sortie des résultats : on recalcule une fois encore les quantités pour avoir les résultats de la convergence à la dernière itération. Puis on calcule les profils de raies avec les résultats de cette dernière itération.
  - \* EXOATM : écriture des paramètres d'atmosphère (pression, altitude, température électronique, densité de l'hydrogène, etc)
  - \* ABSCON : calcul de l'absorption continue due aux différents éléments (définis dans la sousroutine INIMET)
  - \* EQSTHV3
  - \* Pour les raies
    - RPCDEH
    - RPRHV3
    - SUMRA : écriture des longueurs d'onde *AMBDA*, etc
    - PROFLI : profil de raies (cas des protubérances)
    - PROEM2 : profil de raies (cas des filaments)
  - \* Pour les continus
    - HCONTI
  - \* COMPARH
  - \* COMPACH

On va maintenant décrire les sousroutines appelées ci-dessus.

## INIMET

Cette sousroutine calcule le poids total des éléments  $C_1$  et l'abondance totale  $C_2$  relative à l'hydrogène des  $NEL = 20$  éléments suivants : He, C, N, O, Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S, Ar, K, Ca, Cr, Mn, Fe, CO, Ni, H.

Output :  $C_1$  et  $C_2$

## INIFEVH

Initialisation des facteurs d'Eddington pour les raies (*FEVK* et *FEVL*) et les continus (*FKTC* et *FLTC*) à chaque fréquence et pour chaque maille.

Input : *NZ* (nombre de mailles), *NTAR* (nombre de raies), *NTAC* (nombre de continus), *NFR* (nombre de fréquence dans une raie), *NFRC* (nombre de fréquences dans un continu)

Output : *FEVK*, *FEVL*, *FKTC* et *FLTC*

## INIHV3

Calcul des paramètres atomiques pour l'équilibre statistique pour l'hydrogène : coefficients *A* et *B* d'Einstein pour les photons (*AJI*, *BIJ*, *BJI* qui sont indépendants de la température des électrons), coefficients de taux d'excitation collisionnelle et coefficients de taux d'ionisation collisionnelle (*OIS* dans PROM5) pour les électrons, appelés  $S_e$  et  $S_i$  dans les formules ci-dessous. Ces coefficients sont indépendants de la densité électronique.

Le modèle utilisé pour l'hydrogène est le modèle de L.C. Johnson ([14]).

*AJI* est obtenue par la fonction AEMS (dans PROM5) qui est calculée à partir des "facteurs de Gaunt" (Table 1 de [14]).

*BJI* est obtenu à partir de *AJI* et *BIJ* est tel que  $\omega_i B_{ij} = \omega_j B_{ji}$ , où  $\omega_i$  est le poids statistique associé au niveau *i*.

## Calcul des coefficients de taux d'excitation collisionnelle (fonction *CECH* dans PROM5) :

Soient *n* et *n'* deux niveaux ( $n < n'$ ). Le coefficient taux d'excitation est donné par la formule suivante (Johnson, [14]) implémentée dans PROM5 :

$$\begin{aligned} S_e(n, n') = (8kT/\pi m)^{1/2} \frac{2n^2}{x} \pi a_0^2 y^2 \left( A_{nn'} \left[ \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{2} \right) E_1(y) - \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{2} \right) E_1(z) \right] \right) \\ + (8kT/\pi m)^{1/2} \frac{2n^2}{x} \pi a_0^2 y^2 \left( \left[ B_{nn'} - A_{nn'} \ln \frac{2n^2}{x} \right] \left[ \frac{1}{y} E_2(y) - \frac{1}{z} E_2(z) \right] \right) \end{aligned} \quad (9.1)$$

$E_i(z) = \int_1^\infty e^{-zt} t^{-i} dt$  s'appelle dans la littérature l'Intégrale Exponentielle d'ordre *i* ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ).

*m* est la masse de l'électron,  $a_0 = 0.5292 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$  est le rayon de Bohr.



Dans ce qui suit,  $E_n$  est l'énergie du niveau  $n$  de l'hydrogène et on a :

$$\begin{aligned}
y &= (E_{n'} - E_n)/kT, \\
z &= r_{nn'} + y, \\
x &= 1 - (n/n')^2, \\
B_{nn'} &= \frac{4n^4}{n'^3} x^{-2} (1 + \frac{4}{3}x^{-1} + b_n x^{-2}), \\
b_n &= n^{-1}(4 - 18.63n^{-1} + 36.24n^{-2} - 28.09n^{-3}), \quad n \geq 2, \\
A_{nn'} &= 2n^2 x^{-1} f_{nn'}, \\
f_{nn'} &= \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{n}{\pi n'^3} x^{-3} g(n, x), \\
g(n, x) &= g_0(n) + g_1(n) x^{-1} + g_2(n) x^{-2}, \\
r_{nn'} &= r_n x, \\
r_n &= 1.94n^{-1.57}
\end{aligned}$$

avec  $g_0$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  : facteurs de Gaunt pour les transitions Bound-Free et sont donnés par la table 2 (table 1 de [14]) :

	$n = 1$	$n = 2$	$n \geq 3$
$g_0(n)$	1.11330	1.0785	$0.9935 + 0.2328n^{-1} - 0.1296n^{-2}$
$g_1(n)$	-0.4059	-0.2319	$-n^{-1}(0.6282 - 0.5598n^{-1} + 0.5299n^{-2})$
$g_2(n)$	0.07014	0.02947	$n^{-2}(0.3887 - 1.181n^{-1} + 1.470n^{-2})$

TABLE 2 – Facteurs de Gaunt

### Calcul des coefficients de taux d'ionisation collisionnelle (fonction CICH dans PROM5) :

On considère ici le niveau  $n$ . Le coefficient du taux d'ionisation est donné par la formule suivante (Johnson, [14]) implémentée dans PROM5 :

$$\begin{aligned}
S_i(n) &= (8kT/\pi m)^{1/2} 2n^2 \pi a_0^2 y_n^2 A_n \left[ \frac{1}{y_n} E_1(y) - \frac{1}{z_n} E_1(z_n) \right] \\
&+ (8kT/\pi m)^{1/2} 2n^2 \pi a_0^2 y_n^2 (B_n - A_n \ln 2n^2) [\zeta(y_n) - \zeta(z_n)],
\end{aligned} \tag{9.2}$$

où  $m$  est la masse de l'électron et

$$\begin{aligned}
y_n &= I_n/kT, \\
z_n &= r_n + I_n/kT, \\
\zeta(t) &= E_0(t) - 2E_1(t) + E_2(t)
\end{aligned}$$

avec  $I_n$  qui est l'énergie d'ionisation du niveau  $n$  de l'hydrogène.

Input :  $NZ$ ,  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTAR$ ,  $NTAC$ ,  $NFRC$ ,  $NTAB$ ,  $INIDLD$ ,  $ICTR$ ,  $VTUR$ ,  $TSLAB$ ,  $NTR$ ,  $NTC$ ,  $TAB$ ,  $IVISU$

Output :  $AJI$ ,  $BIJ$ ,  $BJI$ ,  $OIS$ ,  $DLDREF$  en fréquence et  $DNDREF$  en longueur d'onde (largeurs Doppler pour les transitions Bound-Free).

## SOLINH

Définition des intensités incidentes pour les raies de H dans le but de fournir des conditions aux limites pour la résolution des équations de Transfert radiatif.

Le fichier input "intinc.dat" contient les intensités incidentes pour  $NLI = 17$  raies de H. Le fichier input "tembri.dat" qui est une table de température de brillance est utilisée pour calculer les intensités  $FINT$  pour les autres raies de l'hydrogène qui ne se trouvent pas dans "intinc.dat".

Input :  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTAR$ ,  $NFIMX$ ,  $NCMX$ ,  $NINF$ ,  $NSUP$ ,  $NFR$ ,  $NTR$ ,  $ICTR$ ,  $NFINT$

Output :  $FINT$ ,  $CPOL$ ,  $FRFI$

## INTALT

Calcul des facteurs de dilution en tenant compte de l'assombrissement au bord du disque ("limb darkening") et de l'altitude de la protubérance. Il n'y a pas de "limb darkening" pour les raies de Lyman.

Input :  $ALTI$ ,  $NTAR$ ,  $NTAC$ ,  $NCMX$ ,  $CPOL$

Output :  $FADIR$  (pour les raies) et  $FADIC$  (pour les continus).

## COLHV3

Conditions aux limites (CL) pour H pour les Bound-Free (continus) et Bound-Bound (raies) transitions.

Pour les raies : la CL inférieure  $FIIR$  est nulle.  $FLJ$  est le flux solaire (intensité) et  $FADIR$  est le facteur de dilution (voir subroutine **INTALT**). La CL supérieure  $FISR$  est égale à  $FADIR \times FLJ$ .

De plus, on calcule l'élargissement naturel (lié à la durée de vie des niveaux) pour les raies permises en additionnant les  $AJI$  concernés (inverse de la durée de vie des niveaux). Cet élargissement permet de calculer le profil  $\Phi_\nu$ . Puis on renormalise le profil de raie (intensité)

$$GIOM = \int J_\nu \phi_\nu d\nu.$$

Input :  $NZ, NN, NTT, NTRD, NTRC, NFR, NFRC, NFIMX, ITRD, ICTR, NINF, NSUP, FRN, DNDREF, XFR$

Output :  $GIOM$

Pour les continus : la CL inférieure  $FIIC$  est nulle.  $FADIC$  est le facteur de dilution (voir sous-routine **INTALT**) et  $B_\nu$  la fonction de Planck. La CL supérieure  $FISC$  est égale à  $B_\nu \times FADIC$ .

## INITR1

Initialisation de la température de rayonnement ( $TR$ ) correspondant aux taux de photoionisation dans les transitions Bound-Free de H à partir des températures de rayonnement incident et du facteur de dilution  $FADIC$ . On suppose au départ que la structure est optiquement mince.

La section efficace de photoionisation  $SEP$  pour l'hydrogène est obtenue à l'aide des facteurs de Gaunt ([8]).

La température de rayonnement va changer au cours des itérations.

Input :  $NZ, NN, NTT, NTAC, NFRC, NTC, NINF, FRN, XFRC, FADIC, RIK, TE$

Output :  $TR$

## HYESV3

Résolution de l'équilibre statistique et d'ionisation pour des températures et pressions données : on calcule les populations des niveaux de H et la densité électronique.

La sous-routine HYESV3 fait appel aux 4 sous-routines suivantes :

**TXCOLL** : on calcule les probabilités de transition collisionnelle ( $CIJ$  et  $CJI$ ). On a besoin de la densité des électrons.

**INIRIKH** : on calcule les probabilités de photoionisation  $RIK$  (photoionisation) et  $RKI$  (recombinaison radiative). On utilise la densité électronique pour la recombinaison mais pas pour la photoionisation.

**EQSTHV3** : résolution des équations statistiques pour les populations des niveaux de H de manière itérative. On obtient à la fin un système linéaire à résoudre. Output :  $HN$  pour chaque niveau et chaque maille.

**SAHARA** : calcul de la densité électronique  $HNE$  et de la densité des autres éléments  $HNION$ . La loi de Saha à l'ETL donne le degré d'ionisation de chaque ion. On utilise ici  $HNH$  (et non  $HN$ ).

Input pour HYESV3 : *NZ, NN, NTT, NTAR, NTAC, NFRC, C1, C2, ITP, NINF, NSUP, NTC, FRN, POM, XFRC, Z, XM, TE, VT, HNH, HNE, HN, NTAB, TAB*

Output pour HYESV3 : *CIJ, CJI, RIK, RKI, HNE, HNION*

## ABSCON

Cette subroutine est appelée lorsque  $IOPCAC = 3$  (elle n'entre pas dans le transfert radiatif). Elle calcule l'absorption continue au voisinage des raies et fait appel à la subroutine PROFSC.

**PROFSC** : calcule la profondeur optique additionnelle  $TAUC$  (due aux processus d'absorption continue), la fonction source continue  $FSC$ , le taux de diffusion cohérente  $CSCAT$  pour une fréquence donnée ainsi que le coefficient d'absorption continu  $CABCO$ .

Pour calculer  $CABCO$ , on a besoin de l'absorption continue (LTE) par les ions négatifs de H, l'aluminium, par l'hydrogène (la section efficace de photoionisation  $SEPION$  est calculée à partir des facteurs de Gaunt ([8])), le carbone, le magnésium, le silicium et le fer.

Input : *IVISU, NZ, NN, NTT, NTRD, NNHYD, TE, Z, HNH, HNE, XNHYD, ITRD, NINF, NSUP, FRN, SC, DCAC, CAC*

Output pour ABSCON : *TAUC, FSC, CSCAT, CABCO*

## RPCDEH (pour les raies de résonance)

Redistribution partielle pour H. On calcule aussi les constantes d'élargissement des raies (naturel et collisionnel).

RPCDEH fait appel aux sousroutines suivantes :

**ELCOH1** : calcul de l'élargissement collisionnel  $DFRCO$  pour les raies de l'hydrogène

**COHEVA** : calcul du coefficient de cohérence pour différentes fréquences de la raie  $Ly \alpha$  de l'hydrogène

**MARALA** : calcul de la matrice de redistribution pour la raie  $Ly \alpha$  de l'hydrogène

**MAREDI** : calcul de la matrice de redistribution pour les raies autres que  $Ly \alpha$ , version générale (cas des raies avec "a frequency-independent coherence coefficient")

Input pour RPCDEH : *IRS, IOPMRU, NZ, NN, NTT, NTRD, NFR, IVISU, IOP, ITRD, NINF, NSUP, FRN, AE, TE, VT, HNE, HN, DND, AM, COHE, FR, PHIX*

Output pour RPCDEH : RDMAT (matrice de redistribution)

## ECRFEV

Ecriture des facteurs d'Eddington variables  $FEVK$

## HCONTI

Résolution des équations de transfert radiatif NLTE pour les transitions Bound-Free de l'hydrogène afin de calculer les intensités et les probabilités de transition ( $P_{ji}$  est proportionnel aux intensités et sert à l'équilibre statistique).

HCONTI fait appel aux sousroutines suivantes :

**CSIETA** : calcul des paramètres  $CSIO$  et  $ETA0$  qui sont, pour les continus, les équivalents de  $\epsilon$  et  $\epsilon \times B$  pour les raies (coefficients de couplage)

**PROFSC** : voir plus haut dans la sousroutine ABSCON

**TFCFEV** : résolution des équations de transfert radiatif pour les continus, avec des sources d'absorption externes (output : intensité à l'intérieur de la couche  $GI$  et intensité moyenne  $GIBAR$ ) et les fonctions sources  $S$ . On utilise la méthode de Feautrier (différences finies) et les facteurs d'Eddington variables

**NOVFEV** : calcule les nouveaux facteurs d'Eddington (output :  $FEVK$  et  $FEVL$ ) à partir des fonctions sources ([3]). Cette sousroutine est valable pour les transitions discrètes et Bound-Free

**TFCOM** : est l'équivalent de la sousroutine TFCFEV mais dans le cas optiquement mince (output :  $GI$ ,  $GIBAR$  et  $S$ )

**TRALA** : calcule l'intensité émergente  $HIEMC$  (intégrale de la fonction source) à l'aide des probabilités de transition

Input pour HCONTI :  $IT$ ,  $IVERT$ ,  $NZ$ ,  $NN$ ,  $NTT$ ,  $NTAR$ ,  $NTAC$ ,  $NFRC$ ,  $NMU$ ,  $NMUV$ ,  $IOPECO$ ,  $IOPFEV$ ,  $ITP$ ,  $NTC$ ,  $NINF$ ,  $FRN$ ,  $FRC$ ,  $POM$ ,  $TE$ ,  $HNH$ ,  $HNE$ ,  $Z$

Output pour HCONTI :  $HIEMC$  (intensité émergente) et  $RIKP$  (probabilités de transition pour les continus)

## COMPACH

Comparaison pour la convergence : on compare  $RIK$  (paramètre de transition radiative pour l'hydrogène à l'itération précédente) avec  $RIKP$  (paramètre à l'itération finale)

## RPRHV3

On calcule tout le transfert radiatif pour les raies de l'hydrogène.

RPRHV3 fait appel aux sousroutines suivantes :

**EPSBHV3 (préparation pour le transfert radiatif)** : calcul des coefficients de couplage  $BEN$  pour un modèle d'atome à deux niveaux pour l'hydrogène (output :  $BEN$ ).  $BEN$  sert à transformer l'intensité en la fonction source qui sert à calculer l'intensité émergente.

**TFRFEV** : résolution des équations de transfert radiatif NLTE pour les raies par la méthode de Feautrier (différences finies) et des facteurs d'Eddington variables. On calcule les intensités à l'intérieur des mailles et les fonctions sources (output : intensité moyenne  $GIBAR$  et intensité à l'intérieur de la couche  $GI$ ). On en déduit alors la fonction source dans la raie

elle-même  $SR$  et la fonction source totale  $STR$ )

**NOVFEV** : calcule les nouveaux facteurs d'Eddington  $FEVK$  et  $FEVL$  (voir ci-dessus la sous-routine HCONTI)

Input pour RPRHV3 :  $IRS, NZ, NN, NTT, NTRD, NTRC, NFR, NMU, IVERT, Z, TE, NTR, NINF, NSUP, AJI, BIJ, BJI, HJBAR$

Output pour RPRHV3 :  $BEN$  (coefficient de couplage pour les raies),  $SR$  et  $STR$  (fonctions sources),  $GI$  et  $GIBAR$  (intensité à l'intérieur de la couche et intensité moyenne),  $BRN1$  (Net Radiative Bracket)

## COMPARH

Comparaison pour la convergence : on compare  $BRN$  (à l'itération précédente) et  $BRP$  (à l'itération finale).  $BRN$  est en rapport avec l'équilibre statistique et est calculé en fonction des intensités.

## NOVRIK

Calcul des coefficients de transition radiative pour les continus.

Input :  $NZ, NTAC, ICTC, RXIK, RIKP$

Output :  $RIK$

## NOVBRV3

Calcul des coefficients de transition radiative pour les raies .

Input :  $NZ, NTRD, ICTR, RXRO$

Output :  $BRN$

## NOVTR2

Mise à jour de la température de rayonnement ( $TR$ ) pour les transitions Bound-Free de l'hydrogène.

Input :  $ITG, IVTR, RXTR, NZ, NN, NTT, NTAC, NFRC, ICTC, NTC, NINF, FRN, XFRC, RIKP, TE$

Output :  $TR$

## PROFLI

Calcul des profils de raies émergentes pour différentes valeurs de  $\mu = \cos \theta$  dans le cas des filaments.

Input : *IRS, NZ, NN, NTT, NTRD, NFR, NMUV, NPSOR, ITRD, NINF, NSUP, FRN, DL1, DL2, PMU, FR, STR, DND, AM, CAR, CAC, TO, NFINT, FRFI, FINT, TOTO, ETOT, FWHM*

Output : *XX* (écart en longueur d'onde), *YY* (intensité émergente)

## PROEM2

Calcul des profils de raies émergentes pour différentes valeurs de  $\mu = \cos \theta$  dans le cas des protubérances.

Input : *IRS, NZ, NN, NTT, NTRD, NFR, NMUV, NPSOR, ITRD, NINF, NSUP, FRN, DL1, DL2, PMU, FR, STR, DND, AM, CAR, CAC, TO, IVERT, NFINT, FRFI, FINT*

Output : *XX* (écart en longueur d'onde), *YY* (intensité émergente)

## 10 Résultats pour l'hydrogène

Les demi-profils sont représentés pour trois valeurs de  $\mu = \cos \theta$  pour un modèle donné (voir figures 5 et 6,  $V_T = 5 \text{ km.s}^{-1}$ ).

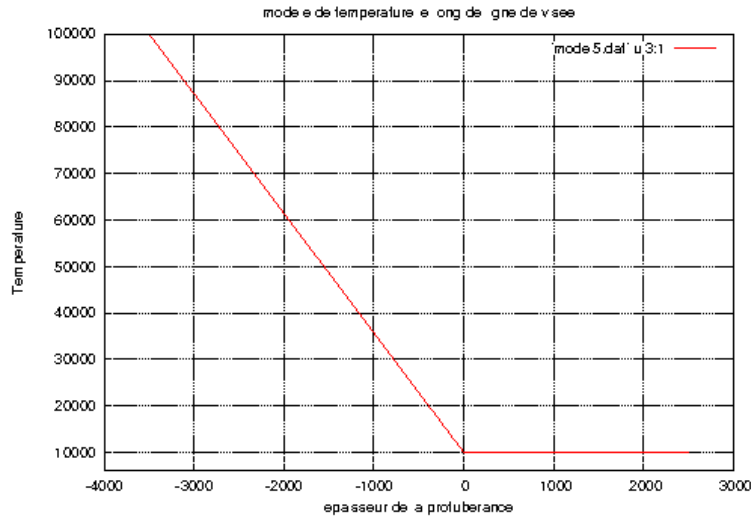


FIGURE 5 – Température en fonction de l'épaisseur de la protubérance

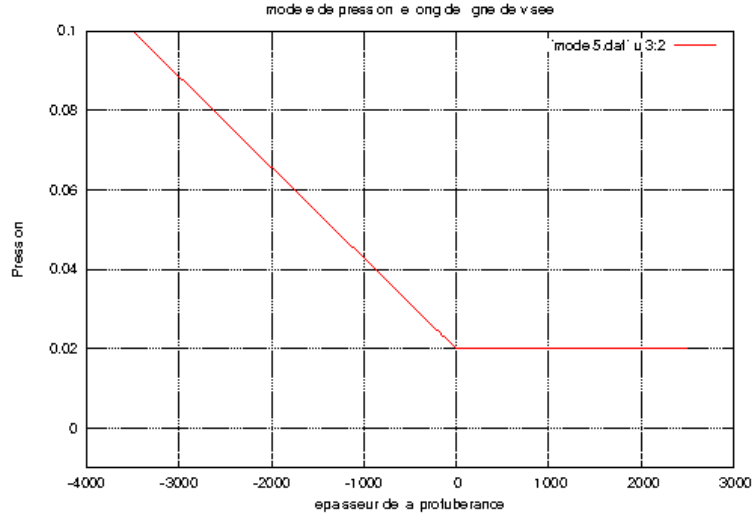


FIGURE 6 – Pression en fonction de l'épaisseur de la protubérance

La courbe pour  $\mu = 1$  est représentée par un trait continu. La courbe pour  $\mu = 0.6$  est représentée par des tirets et la courbe pour  $\mu = 0.2$  par des pointillés.

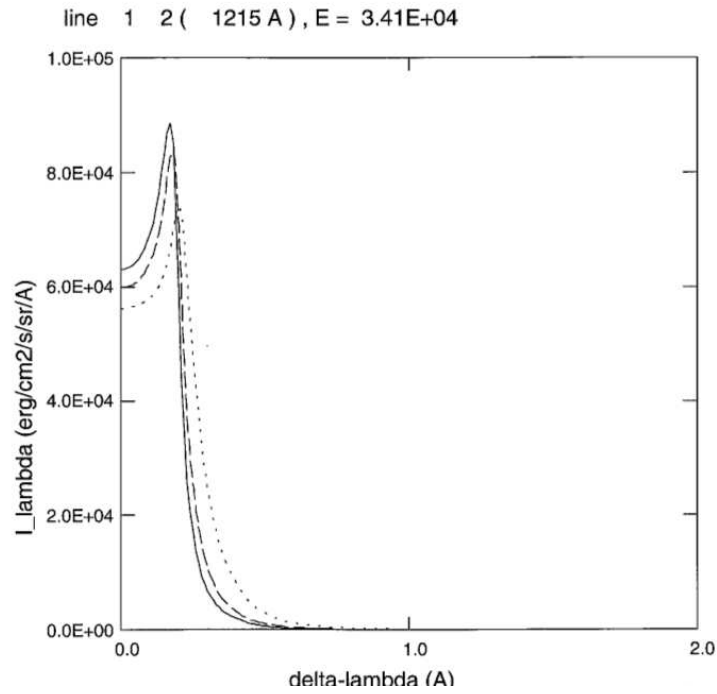


FIGURE 7 – Demi-profil de la raie  $Ly \alpha$  à 1215Å de l'hydrogène



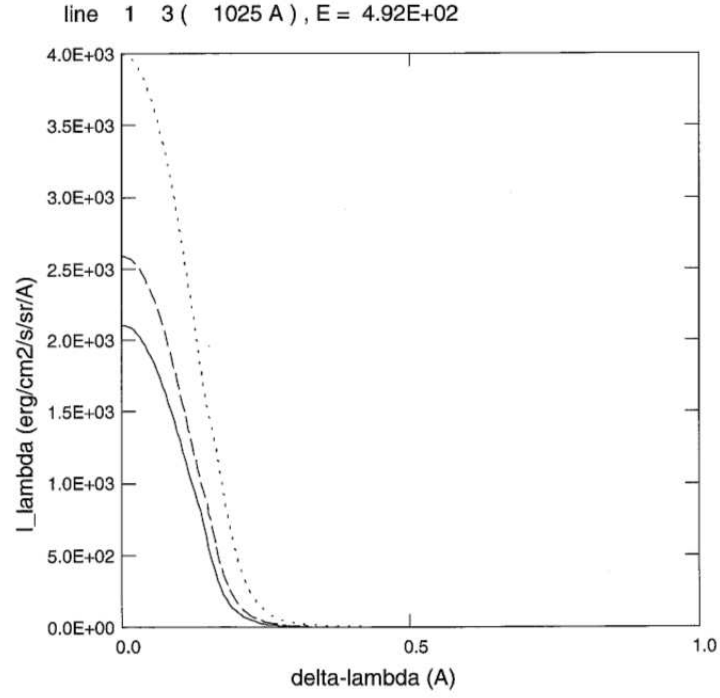


FIGURE 8 – Demi-profil de la raie  $Ly \beta$  à 1025Å de l'hydrogène

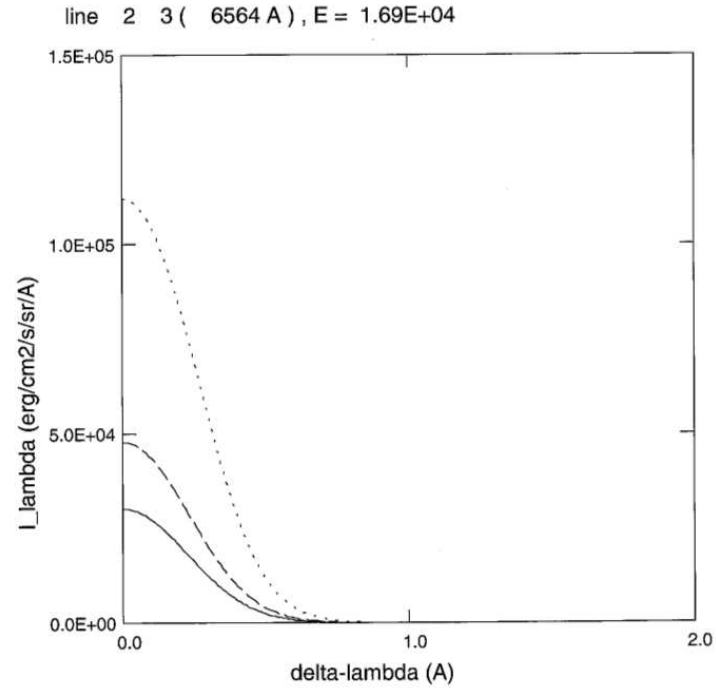


FIGURE 9 – Demi-profil de la raie  $H \alpha$  à 6564Å de l'hydrogène

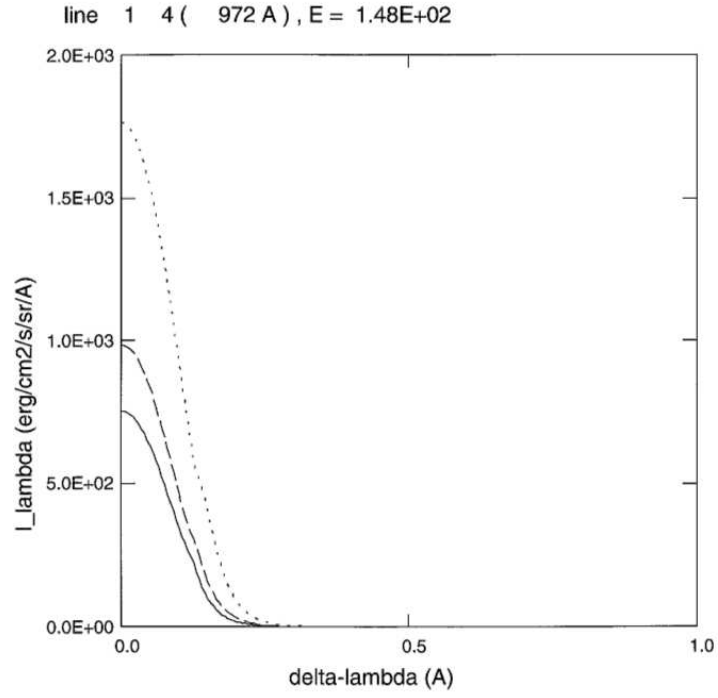


FIGURE 10 – Demi-profil de la raie  $Ly \gamma$  à 972Å de l'hydrogène

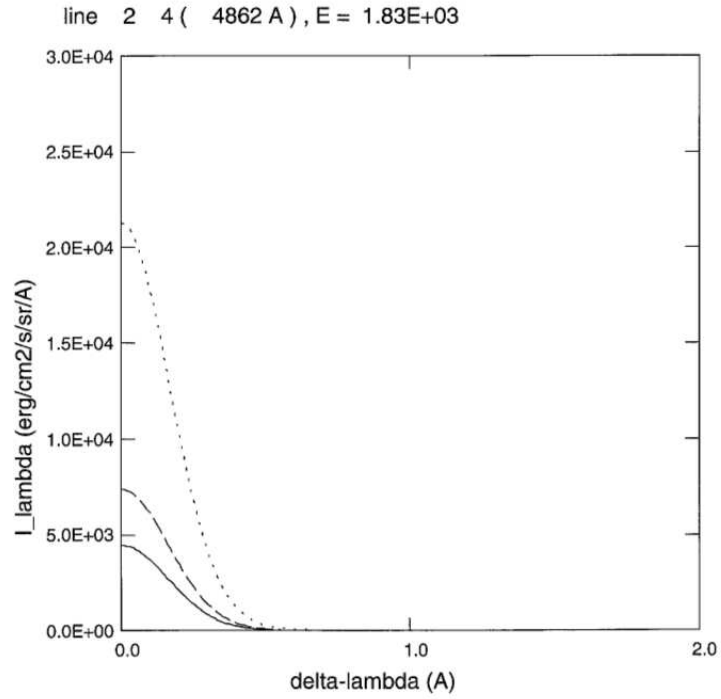


FIGURE 11 – Demi-profil de la raie  $H \beta$  à 4862Å de l'hydrogène

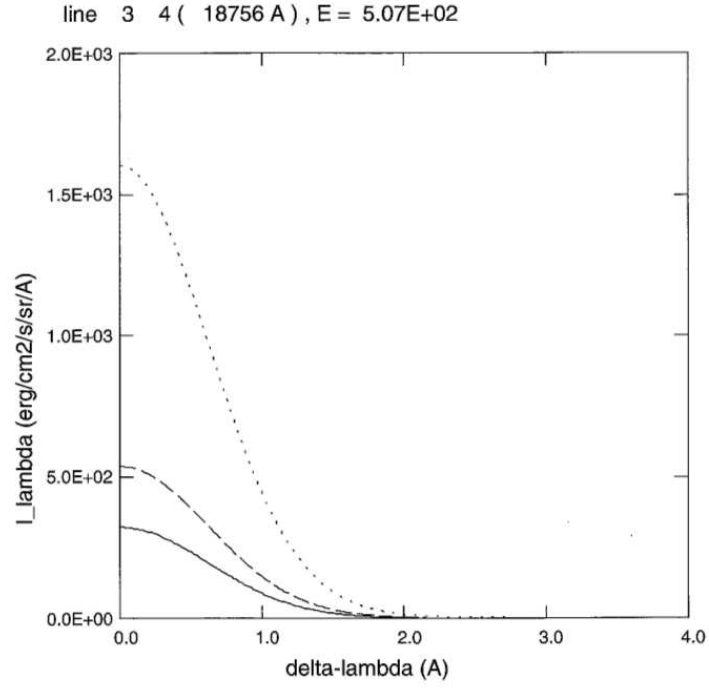


FIGURE 12 – Demi-profil de la raie  $Pa\ \alpha$  à 18756Å de l'hydrogène

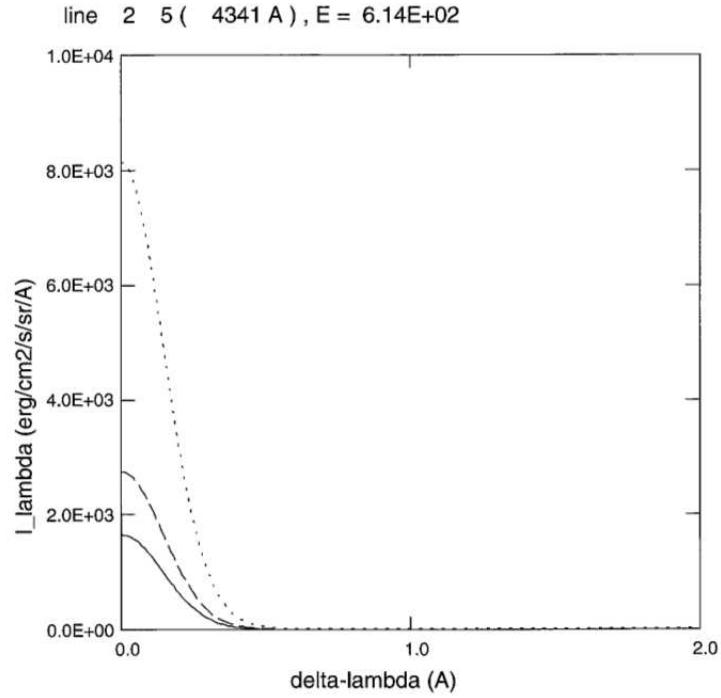


FIGURE 13 – Demi-profil de la raie  $H\ \gamma$  à 4341Å de l'hydrogène

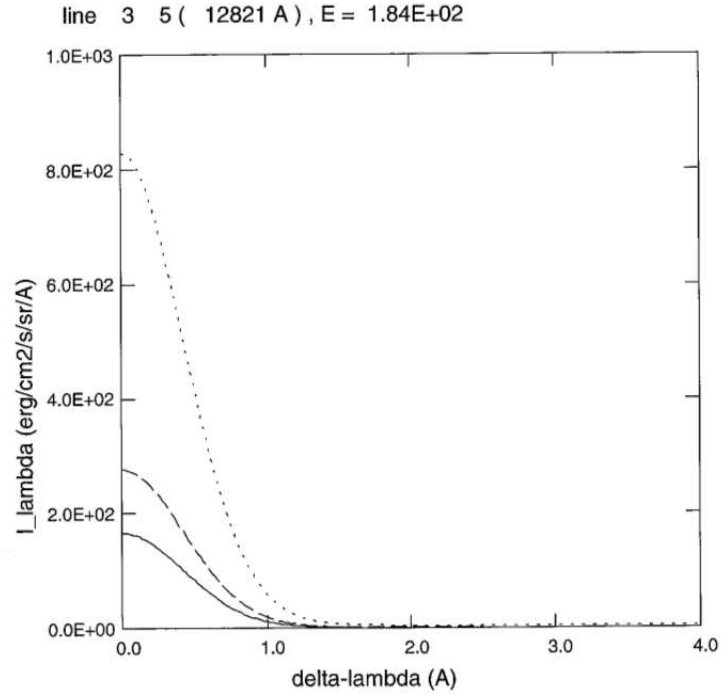


FIGURE 14 – Demi-profil de la raie  $Pa \beta$  à 12821Å de l'hydrogène

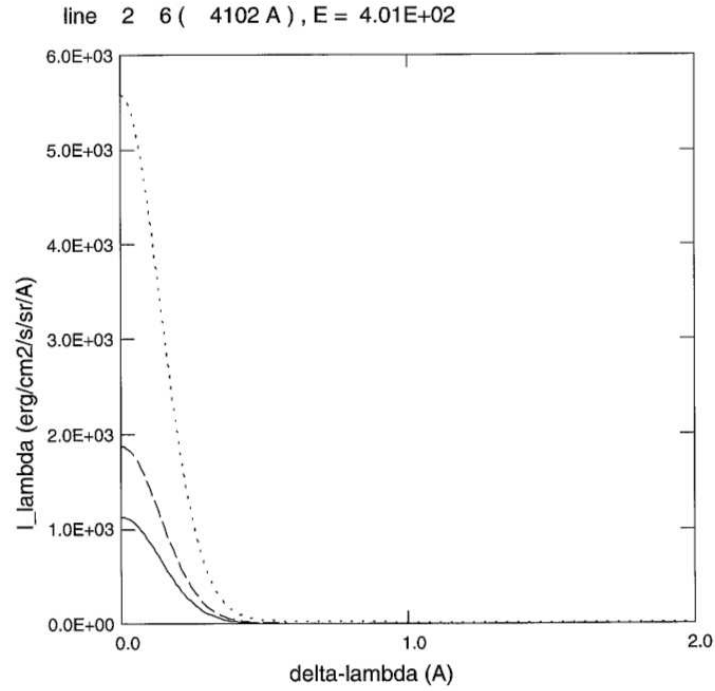


FIGURE 15 – Demi-profil de la raie  $H \delta$  à 4102Å de l'hydrogène

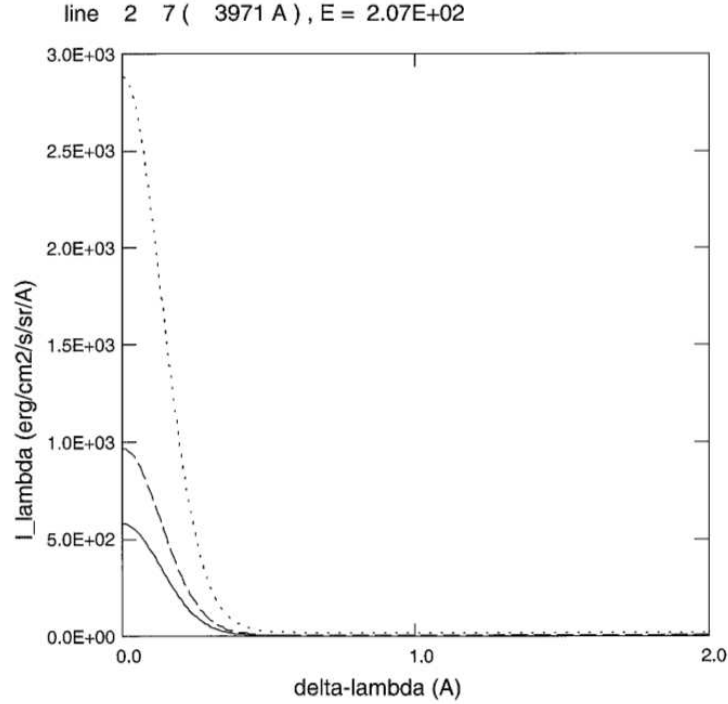


FIGURE 16 – Demi-profil de la raie  $H \epsilon$  à  $3971\text{\AA}$  de l'hydrogène

## 11 Exécution de PROM5

- Télécharger le package PROM5.tgz sur MEDOC/TOOLS. Le compilateur gfortran est nécessaire. Taper les commandes suivantes dans un terminal :
- **tar -xvzf PROM5.tgz**
- **cd PROM5**
- Le répertoire contient les fichiers suivants : intinc5.dat, model5.dat, makefile, prom5.f90
- **make**
- **./prom5**
- Les fichiers de sortie sont : profil5.dat, profil5.ps
- Le répertoire **results** contient les outputs correspondant à un cas test afin de vérifier si les résultats obtenus sont les mêmes

## 12 Temps de calcul

Sur inf-martine (PC de 2010, 4 processeurs de  $2.67\text{ GHz}$  chacun) :  
 Temps CPU pour le code traitant un modèle de protubérance (voir figures 5 et 6, “model5.dat”) :  $31.698\text{ s} < 1\text{ min}$ .

## 13 Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement Pierre Gouttebroze pour ses précieuses explications qui m'ont permis d'élaborer ce document, ainsi que Jacques Solomon, Frédéric Marcadon, les directeurs de MEDOC actuel (Eric Buchlin) et ancien (Frédéric Baudin).

Le 31 octobre 2025

M. C-Y

## Références

- [1] C.W. Allen. *Astrophysical quantities*. The Athlone Press, University of London, 1973.
- [2] M. Arnaud and R. Rothenflug. An updated evaluation of recombination and ionization rates. *A&A suppl. Ser.*, 60 :425–457, 1985.
- [3] L.H. Auer and D. Mihalas. On the use of variable Eddington factors in Non-LTE stellar atmospheres computations. *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 149 :65–74, 1970.
- [4] Eugene H. Avrett. *Introduction to Non-LTE radiative transfer and atmospheric modeling*. Lecture notes, 2008.
- [5] S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Dover Publications, 1960.
- [6] CHIANTI Database. George Mason University (USA) and University of Michigan (USA) and University of Cambridge (UK). <http://www.chiantidatabase.org/>, Mai 2014.
- [7] K.P. Dere, E. Landi, H.E. Mason, B.C. Monsignori Fossi, and P.R. Young. CHIANTI - an atomic database for emission lines : I. Wavelengths greater than 50a. *A&A suppl. Ser.*, 125 :149–173, 1997.
- [8] O. Gingerich. Review of Opacity Calculations. *Proceedings of the First Harvard-Smithsonian Conference on Stellar Atmospheres*, 167 :1–25, 1964.
- [9] P. Gouttebroze, P. Heinzel, and J.-C. Vial. The hydrogen spectrum of model prominences. *A&A Suppl. Ser.*, 99 :513–543, 1993.
- [10] P. Gouttebroze and N. Labrosse. A ready-made code for the computation of prominence NLTE medels. *Solar Physics*, 196 :349–355, 2000.
- [11] Pierre Gouttebroze. *Formation des raies spectrales et oscillations dans la chromosphère solaire*. Thèse d’Etat, Université Paris 7, 1980.
- [12] I. Hubeny and D. Mihalas. *Theory of Stellar Atmospheres : An introduction to Astrophysical Non-equilibrium Quantitative Spectroscopic Analysis*. Princeton University Press, 2015.
- [13] J.T. Jefferies. *Spectral line formation*. Blaisdell, 1968.
- [14] L.C. Johnson. Approximation for collisional and radiative transition rates in atomic hydrogen. *A&A*, 174 :227–236, 1972.
- [15] Nicolas Labrosse. *Modélisation du spectre de l’hélium dans les protubérances solaires*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2001.
- [16] P. Lemaire, P. Gouttebroze, J.-C. Vial, and G. E. Artzner. Physical properties of the solar chromosphere deduced from optically thick lines : I. Observations, data reduction, and modelling of an average plage. *A&A*, 103 :160–176, 1981.
- [17] J. Oxenius. *Kinetic Theory of Particles and Photons. Theoretical Foundations of Non-LTE Plasma Spectroscopy*. Springer-Verlag, 1986.
- [18] G. Peach. A general formula for the calculation of absorption cross sections for free-free trabsitions in the field of positive ions. *Royal Astronomical Society*, 130 :361–377, 1964.

- [19] C. Pecker-Wimel. *Introduction à la spectroscopie des plasmas*. Gordon and Breach, 1966.
- [20] R.J. Rutten. *Radiative transfer in stellar atmospheres*. 2003.
- [21] E. Schatzman. *Astrophysique*. Masson et Cie, 1963.
- [22] J.E. Vernazza, E. H. Avrett, and R. Loeser. Structure of the Solar chromosphere; ii. The underlying photosphere and temperature-minimum region. *ApJS*, 30 :1–60, 1976.